LEHRBRIEFE FÜR DAS FERNSTUDIUM
HERAUSGEGEBEN
VON DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT DRESDEN

ELEKTROPHYSIK

(THEORETISCHE ELEKTROTECHNIK)

11. LEHRBRIEF · Unveränderter Nachdruck

II. AUSGABE

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN

9083 II/11

ELEKTROPHYSIK

(THEORETISCHE ELEKTROTECHNIK)

11. LEHRBRIEF · Unveränderter Nachdruck 1969

II. AUSGABE

Nach der Vorlesung
von Prof. Dr. phil. (em.) Georg Mierdel

verfaßt für das Fernstudium
von Dr.-Ing. Edgar Drechsler

VEB VERLAG TECHNIK BERLIN · 1969

VT-Bestell-Nr. 9 083 II/11 · Auflage 2700 Expl. · Veröffentlicht unter Ag 628/322/69/DDR
Verfaßt für das Direktorat für Weiterbildung der Technischen Universität Dresden · Herausgegeben im Auftrag des Ministeriums für Hoch- und Fachschulwesen der Deutschen Demokratischen Republik von der Technischen Universität Dresden · Verlag: VEB Verlag Technik, 102 Berlin
Im Offsetdruck hergestellt von dem VEB Druckerei „Thomas Müntzer", 582 Bad Langensalza

4. Kapitel: Ladungsträger in Gasen

[70] Einführung. Gase sind von Natur aus vollkommene Nichtleiter. Ein gut isoliertes aufgeladenes Elektroskop, in freier Luft stehend, behält seine Ladung oft stundenlang. Vom Standpunkt der Molekularphysik ist dies selbstverständlich, da die Gasmolekeln elektrisch neutral sind, also keinen Stromfluß bewirken können.
Gase werden erst leitend, wenn man sie ionisiert, d.h., ein oder mehrere Elektronen durch äußere Einwirkung aus der Atomhülle herausschlägt. Das Resultat ist dann ein positives Ion und ein bzw. mehrere freie Elektronen. Es entstehen also mindestens 2 Ladungsträger, die nunmehr der Kraftwirkung eines elektrischen Feldes Folge leisten und daher einen Strom tragen können.
Zur Ionisation ist eine bestimmte Mindestenergie aufzuwenden, deren Größe aus dem Termschema (vgl. Bild 234) als Unterschied zwischen Grundzustand und Ionisierungsterm unmittelbar abgelesen werden kann. Es gibt verschiedene Vorgänge, die zur Ionisierung von Gasatomen oder Gasmolekeln führen. In jedem Falle ist eine Bereitstellung der Ionisierungsarbeit auf kleinstem Raum, eben des Atoms, erforderlich. Die Ionisation kann deshalb nur durch energiehaltige Elementarteilchen verursacht werden.

[71] Die Erzeugung von Ladungsträgern

1. Ionisierung durch Elektronenstoß

a) Elementarvorgang: Die größte Wirksamkeit und daher quantitativ bedeutsamste Auswirkung auf die Trägerbildung in Gasen besitzt der Elektronenstoß. Prallt ein Elektron mit der Geschwindigkeit v auf ein neutrales Atom (Bild 331), so kann das Atom ionisiert werden. Dazu ist notwendig, daß die kinetische Energie des stoßenden Elektrons $\frac{m}{2} v^2$ mindestens gleich der Ionisierungsarbeit qU_i ist, also

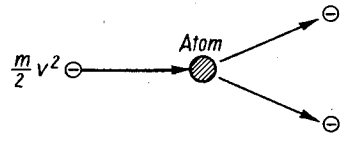

Bild 331
Elektronenstoß

$$\frac{m}{2} v^2 \geq q U_i$$

Ist die kinetische Energie größer als $q \cdot U_i$, so kann die über-

schüssige Energie auf die 3 Teilchen - Ion und 2 freie Elektronen- nach Maßgabe der mechanischen Stoßgesetze als kinetische Energie übertragen werden, oder es können auch mehrere Elektronen abgetrennt werden, so daß ein mehrfach geladenes Ion entsteht (Mehrfachionisation). Beträgt die kinetische Energie ein Vielfaches der Ionisierungsarbeit, so können mehrere Atome ionisiert werden, bis die Energie verbraucht ist. Das ist z.B. der Fall bei Elektronen, die von harten Röntgenstrahlen fotoelektrisch im Gas ausgelöst werden und dadurch eine sehr große kinetische Energie erhalten (s.S.611).

b) Ionisierungsausbeute, differentielle Ionisation: Die Ausbeute der Ionisierung durch Elektronenstoß hängt im wesentlichen von der Geschwindigkeit des Elektrons, also von seiner kinetischen Energie ab. Sie läßt sich durch Messungen bestimmen. Quantitativ wissen wir, daß die Ausbeute gleich Null sein muß, solange die kinetische Energie des stoßenden Elektrons kleiner als die Ionisierungsarbeit ist. Die Werte der Ionisierungsspannung U_i für einzelne Atome oder Molekeln sind sehr genau bekannt. Sie lassen sich einerseits gut direkt messen, anderseits aber auch aus dem spektroskopisch erschlossenen Termschema entnehmen. In Tafel 10 ist eine Reihe von Ionisierungsspannungen für Edelgase, Metalldämpfe und zweiatomige Molekeln angegeben.

Tafel 10
Ionisierungsspannungen der wichtigsten Gase und Dämpfe

Edelgase	U_i[V]	Metalldämpfe	U_i[V]	2atomige Molekeln	U_i[V]
He	24,5	Li	5,37	H_2	15,8
Ne	21,5	Na	5,12	N_2	15,8
A	15,7	K	4,32	O_2	13,5
Kr	14,0	Rb	4,16	-	-
Xe	12,1	Cs	3,88	-	-
-	-	Hg	10,40	-	-

Es zeigt sich, daß innerhalb einer Spalte des Periodensystems der Elemente die Ionisierungsspannung mit steigender Ordnungszahl

monoton abnimmt. Die kleinste überhaupt gemessene Ionisierungsspannung besitzt Cäsium mit $U_i = 3{,}88$ V.

Die Abhängigkeit der Ionisierungsausbeute von der Elektronengeschwindigkeit läßt sich ermitteln, indem man die auf einer elementaren Wegstrecke erfolgenden Ionisationen mißt (Bild 332): In einen Plattenkondensator der zunächst sehr kleinen Länge dx werden parallel zu den Platten Elektronen der Energie U hineingeschossen. Durch Zusammenstöße mit Gasmolekeln entstehen positive Ionen und Elektronen, die im Kondensator einen meßbaren Querstrom ergeben. Die Gesamtzahl der primären Elektronen wird durch den über den Faradaykäfig abfließenden Gesamtstrom ermittelt. Es kann so also die Ionisation pro Elektron berechnet werden.

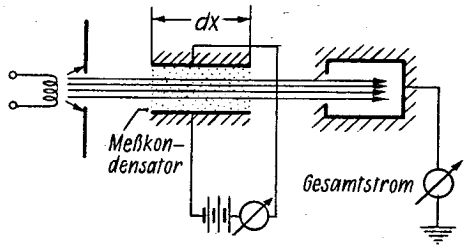

Bild 332
Anordnung zur Messung der Ionisierungsausbeute

Die Zahl dZ der von einem Primärelektron getätigten Ionisierungsakte ist der Kondensatorlänge dx und ferner auch dem Gasdruck p (Stoßzahl!) proportional. Wir setzen daher

$$dZ = s(U)\, p\, dx\,, \qquad (695)$$

wobei der Faktor s(U) nur noch von der Elektronenenergie U abhängt. Er ist ein brauchbares Maß für die Ionisierungsausbeute und wird als differentiale Ionisierung bezeichnet; denn diese Größe wird aus differentiell kleinen Größen abgeleitet.

Die Annahme einer unendlich kurzen Meßstrecke dx ist deswegen erforderlich, weil man dafür Sorge tragen muß, daß jedes Primärelektron höchstens einmal ionisiert. Andernfalls würden die Elektronen bei jedem ionisierenden Stoß einen Energieverlust U_i erleiden, so daß ihre Energie nicht mehr definiert wäre (Bild 333).

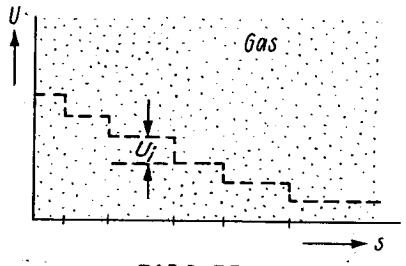

Bild 333
Abnahme der Elektronenenergie infolge Stoßionisation längs des Weges x

Experimentell verwendet man natürlich endliche Längen x des Meßkondensators. Man muß dann jedoch die Gasdichte bzw. den Gasdruck p soweit reduzieren, daß die obige Bedingung erfüllt wird. Damit wird also die differentiale Ionisierung

$$s(U) = \lim_{p=0} \frac{1}{p} \frac{dZ}{x} \qquad (696)$$

s(U) ist für die meisten Gase und Dämpfe gemessen worden. Eine Auswahl der Resultate zeigt Bild 334. Die differentiale Ionisierung ist natürlich gleich Null, solange die Elektronenenergie noch nicht die Ionisierungsspannung U_i erreicht hat. Sie nimmt dann rasch mit U zu, geht über ein Maximum und fällt für sehr hohe Geschwindigkeiten auf Null ab. Dieser letztere Befund hängt klassisch gesprochen damit zusammen, daß mit wachsender Elektronengeschwindigkeit die für die Wechselwirkung zwischen Elektron und Molekel zur Verfügung stehende Zeit immer kleiner wird, sodaß sich dann auch die Chance für die Ionisation vermindert.

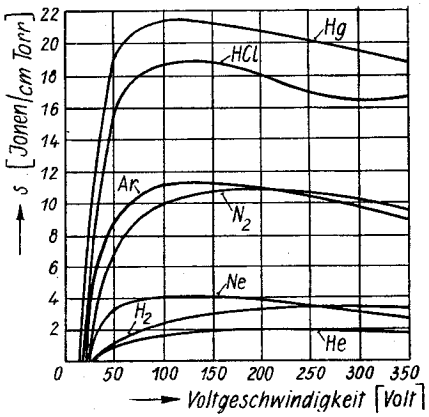

Bild 334
Differentiale Ionisierung abhängig von der Elektronengeschwindigkeit

c) Ionisierungsquerschnitt: An Stelle der differentialen Ionisierung verwendet man oft mit Vorteil den sogenannten Ionisierungsquerschnitt, der sich sofort aus der ersteren gewinnen läßt: Gemäß (575a) gilt für den Zusammenhang zwischen Wirkungsquerschnitt und mittlerer freier Weglänge die Beziehung

$$Q = \frac{1}{n\lambda}$$

Beim Druck p = 1 Torr und der Temperatur $T = 0^\circ C = 273^\circ K$ ist die Dichte der Molekeln eines jeden Gases

$$n_o = 3{,}56 \cdot 10^{22} m^{-3}$$

Mit diesen Normalbedingungen folgt

$$Q_o = \frac{1}{3{,}56 \cdot 10^{22} \cdot \lambda_o} \left[m^2 \right] \qquad (697)$$

Den Anschluß an die differentiale Ionisierung gewinnt man, wenn für die mittlere freie Weglänge die Strecke λ_i eingesetzt wird, die ein Elektron im Mittel zwischen zwei aufeinander folgenden Ionisierungsakten zurücklegt. Da $s(U)$ die Anzahl der Ionisationen je Längeneinheit angibt, berechnet sich diese Strecke λ_i für $p = 1$ Torr zu

$$\lambda_i = \frac{dx}{dZ} = \frac{1}{s} \qquad (698)$$

Grundsätzlich ist natürlich

$$\lambda_i > \lambda_o \quad , \qquad (699)$$

denn die Ionisierung stellt ja nur einen Teil all der Stoßprozesse dar, die den gesamten Wirkungsquerschnitt bestimmen. Aus diesen Überlegungen heraus folgt also der Ionisierungsquerschnitt

$$Q_i = \frac{1}{n_o \lambda_i} = \frac{s}{3{,}56 \cdot 10^{22}} \left[m^2 \right] , \qquad (700)$$

wobei entsprechend (663)

$$Q_i < Q_o$$

gelten muß.

Zur besseren Veranschaulichung bezieht man den Wirkungsquerschnitt auf einen fundamentalen atomaren Querschnitt. Man wählt dazu am besten die Fläche des Kreises, der nach dem Bohrschen Atommodell von der kleinsten Elektronenbahn des H-Atomes gebildet wird. Es ist dies die Grundbahn des Elektrons im (unangeregten) Wasserstoffatom, für die wir früher (S. 464) den Radius

$$r_G = 5{,}29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

berechneten. Mit der Kreisfläche

$$\pi r_G^2 = 8{,}8 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$$

erhalten wir also den reduzierten Ionisierungsquerschnitt

$$Q_{red} = \frac{Q_i}{\pi r_G^2} = \frac{s}{314} \tag{701}$$

d) Ionisierungswahrscheinlichkeit: Wir verstehen hierunter die Wahrscheinlichkeit, mit der ein gaskinetischer Zusammenstoß zwischen einem Elektron und einem Atom zur Ionisierung des Atoms führt. Es gilt

$$W = \frac{\text{Zahl der Ionisationen}}{\text{Zahl der gesamten Stöße}}$$

Da einerseits die Zahl der Ionisationen je [m] Wegstrecke durch s und andererseits die Zahl der gaskinetischen Stöße je [m] Wegstrecke durch

$$\nu_o = \frac{1}{\lambda_o} \tag{702}$$

gegeben ist, wird die gesuchte Wahrscheinlichkeit

$$W = s\lambda_o \tag{703}$$

Da man jedoch bei der Ermittlung der mittleren freien Weglänge λ_o auf Schwierigkeiten stößt, wollen wir die Ionisierungswahrscheinlichkeit unter Hinzuziehen des Wirkungsquerschnittes herleiten.

Der Wirkungsquerschnitt einer beliebigen Reaktion (z.B. der Ionisation) ist stets ein Maß für die Wahrscheinlichkeit dieser Reaktion pro Zusammenstoß.

Wir betrachten ein Elementarvolumen dV nach Bild 335, dessen Dicke dx nur einer einzigen Molekelschicht Platz bieten soll. Die Anzahl der Gasmolekeln in diesem Volumen ist gleich

$$dN = n \; dV = n \; a \; b \; dx$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, eine dieser Molekel ionisierend zu treffen, ohne zu zielen, ist dann durch die rein geometrische Größe (Flächenverhältnis)

$$dW = \frac{dN}{ab} Q_i = n \; Q_i \; dx \tag{704}$$

gegeben, wobei das hineinschießende Elektron als punktförmig angenommen wird. Im Mittel erzeugt jedes Elektron $dZ = dW$ Ionisierungen im betrachteten Volumen, so daß also

$$dZ = n \; Q_i \; dx \tag{705}$$

wird.

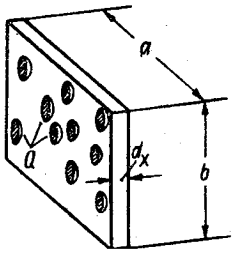

Bild 335
Zur Ableitung des Wirkungsquerschnittes

Hieraus gewinnen wir aber durch (695) den Zusammenhang mit der differentialen Ionisation

$$s(U) = \frac{n\,Q_i}{p} \qquad (706a)$$

Bei den oben genannten Normalbedingungen gilt

$$s(U) = n_o Q_i \qquad (706b)$$

Damit ergibt sich wiederum derselbe Zusammenhang, wie er oben - Gl.(698) und (700) - bereits abgeleitet wurde.
Quantitativ folgt, daß der Ionisierungsquerschnitt Q_i einen i.A. nicht zu vernachlässigenden Bruchteil des Wirkungsquerschnittes darstellt.

Insbesondere beträgt der Ionisierungsquerschnitt beim Maximum der s(U)-Kurven (Bild 334) etwa 5 ... 10 % des totalen Wirkungsquerschnittes.
Die s(U)-Kurven in Bild 334 steigen anfangs annähernd linear an. Man kann deshalb angenähert schreiben

$$s(U) = a(U - U_i) \,, \qquad (707)$$

wobei die Konstante a für verschiedene Gase bzw. Dämpfe die folgenden (gemessenen) Werte annimmt:

Gas	He	Ne	A	Hg	O	N	H
$\frac{a}{V\ m\ Torr}$	4,6	5,5	70	93	21...24	30	22

Da man in vielen Fällen bei der Berechnung der Ionisierungsausbeute mit dem Beginn der Ionisierungskurve s(U) auskommt, ohne daß der weitere Verlauf der Kurve quantitativ interessiert, besitzt die Darstellung (707) einen besonderen praktischen Wert.

Das ist beispielsweise dann der Fall, wenn die Elektronen in einem Gas Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung aufweisen. Die Ionisation je Raum- und Zeiteinheit berechnen wir für diesen Fall in den Übungsaufgaben zum 6. Kapitel und geben hier nur das Ergebnis an.

Reduziert man die Anzahl der Ionisationen Z auf die Elektronendichte $n = 1\ m^{-3}$ und auf den Gasdruck $p = 1$ Torr, so ergibt sich ein mittlerer Wert für die Ionisation eines Elektrons beim Druck von 1 Torr. Für einige Gase und Dämpfe zeigt Bild 336 die Anzahl der von einem Elektron in der Zeiteinheit gebildeten Trägerpaare bei Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung. Die Zahl der Trägerpaare

$$\zeta = \frac{Z}{np}$$

steigt mit der Temperatur T außerordentlich rasch an. Dabei ist bei gleicher Temperatur ζ um so größer, je kleiner die Ionisierungsspannung des Gases ist.

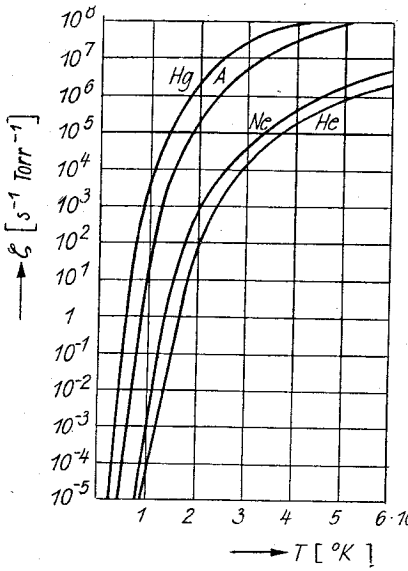

Bild 336
Anzahl der von einem Elektron je Sekunde gebildeten Trägerpaare bei Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung

Einer exakten Theorie des Stoßvorganges muß natürlich wieder die Wellenmechanik zugrunde liegen. Das Elektron muß danach als Materiewelle aufgefaßt werden, die sich im Kraftfeld des Atoms bewegt und mithin auch den Beugungserscheinungen im atomaren Kraftfeld unterworfen ist. Verläuft der Stoß elastisch, so ändert die abgebeugte Materiewelle (Gl. 551) ihre Wellenlänge nicht. Dagegen ist bei einem unelastischen Stoß eine Veränderung derselben zu erwarten. Die Theorie führt derzeitig nur auf eine für große Energiewerte geltende Näherung von der Form

$$s(U) \underset{U \longrightarrow \infty}{=} \frac{C}{U} \ln \frac{4U}{U_i} \qquad (708)$$

Die Proportionalität

$$s(U) \sim \frac{1}{U} \ln U$$

kommt auch in den experimentell gewonnenen Ergebnissen sehr gut zum Ausdruck.

e) Integrale Ionisation (Auslaufionisation): Die integrale oder auch totale Ionisation berücksichtigt im Gegensatz zur differentialen Ionisation die durch die einzelnen Ionisierungsprozesse

bewirkte Abnahme der Elektronenenergie. Sie fragt nach der Zahl von Ionisationen, die ein mit der Anfangsgeschwindigkeit U_o (Voltmaß!) in ein Gas hineingeschossenes Elektron auf seiner gesamten Bahnlänge tätigt, bis seine Energie durch die Zusammenstöße mit den Gasmolekeln vollkommen aufgebraucht ist. Quantitativ ergibt sich also der Ausdruck

$$S = p\int_{x=0}^{x=R} s(U)dx \quad , \tag{709}$$

wobei R die Reichweite [1] ist, innerhalb der das Elektron Elementarprozesse auslösen kann. Für Bahnlängen $x > R$ ist das Elektron so weit abgebremst, daß eine Ionisation nicht mehr stattfinden kann.

Experimentell wird die integrale Ionisation mit der in Bild 332 dargestellten Meßanordnung ermittelt, wobei allerdings der Meßkondensator sehr lang oder p sehr hoch sein muß. Die Ergebnisse zeigen, daß für Anfangsenergien

$$U_o \gg U_i$$

die Zahl der Ionisationen proportional der Anfangsenergie ist. Es folgt daraus, daß für jeden Ionisationsvorgang eine gleiche mittlere Energie von der Größe

$$\varepsilon = \frac{U_o}{S} \tag{710}$$

verbraucht wird. Diese Energie ε ist merklich größer als die Ionisierungsspannung U_i, da sie die Verluste für die Anregung mit enthält. Die nachfolgende Zusammenstellung gibt für einige Gase eine Vergleichsmöglichkeit mit den Ionisierungsspannungen:

Gas	Ne	A	Kr	Luft	N_2
ε[V]	43	29	32	32,2	36
U_i[V]	21,5	15,7	14,0	15	15,8

Es gilt also zumindest für die hier genannten Gase

$$\varepsilon \approx 2\, U_i$$

1) Wichtig für α- und β-Strahlen radioaktiver Substanzen

f) Townsendscher Stoßkoeffizient: Es handelt sich hierbei um eine den praktischen Bedürfnissen vielfach näherliegende Darstellung des vom Elektron ausgelösten Ionisierungsvorganges: Herrscht im Ionisationsraum (Gasdruck p) ein homogenes elektrisches Feld E, so nimmt die Geschwindigkeit der Elektronen, mit der sie das Feld durchlaufen, nach kurzem Anlaufvorgang einen konstanten, stationären Wert an. Je Wegeinheit (je cm) wird unter diesen Bedingungen überall die gleiche Menge Ionisationen getätigt, die nur noch von E und p abhängt. Bezeichnet man die Anzahl der Ionisationen je cm mit α, so gilt also der Zusammenhang

$$\alpha = f(E,p) \qquad (711)$$

Die bei jeder Ionisierung eingebüßte kinetische Energie wird sofort durch die beschleunigende Wirkung des Feldes E ersetzt, so daß die Ionenausbeute längs der Elektronenbahn vollkommen homogen verläuft.

Die Größe α kann für ein beliebiges Gas abhängig vom Feld E und Gasdruck p gemessen werden. Nach Townsend benutzt man hierzu das homogene elektrische Feld eines Plattenkondensators vom Plattenabstand d und der Spannung U. Das Feld hat also den Wert $E = U/d$. Gemessen wird die Kennlinie der Entladung, also der zwischen den Platten übergehende Strom in Abhängigkeit von der Plattenspannung U. Auch der Plattenabstand d wird dabei variiert.

Bei der Auswertung dieser Messungen ist jedoch noch der Vorgang der "Lawinenbildung" zu berücksichtigen: Die primär an der Katode etwa lichtelektrisch ausgelösten und vom Feld erfaßten Elektronen ionisieren nämlich nicht allein, sondern auch die von diesen erzeugten sekundären, tertiären usw. Elektronen nehmen kurz nach ihrer Erzeugung ebenfalls an der weiteren Ionenbildung teil. Dadurch erfolgt ein lawinenartiges Anschwellen des zur Anode vorrückenden Elektronenschwarmes.

Mathematisch läßt sich diese Wirkung folgendermaßen erfassen: An der Katode werden in der Zeiteinheit Z_0 Fotoelektronen ausgelöst. Die Zahl der an der Ionisation beteiligten Elektronen habe sich an der Stelle x (Bild 337) auf Z(x) erhöht. Für ein Wegelement dx berechnet sich dann, wenn wir die Gesamtzahl der Ionisationen je cm Weg in Feldrichtung mit α bezeichnen, der Zuwachs an Elektronen zu

$$dZ = \alpha\, Z(x)\, dx$$

Die Integration dieses Ausdruckes liefert

$$Z = Z_o\, e^{\alpha x} \tag{712}$$

Bei einem Plattenabstand d wird also die Zahl der von der Anode aufgenommenen Elektronen je Zeiteinheit

$$Z_A = Z_o e^{\alpha d} \tag{713a}$$

Berücksichtigt man, daß die primären Fotoelektronen keinen positiven Partner haben, so läßt sich hieraus auch die Zahl der an der Katode eintreffenden positiven Ionen je Zeiteinheit ermitteln. Sie hat den Wert

$$Z_K^+ = Z_A - Z_o = Z_o(e^{\alpha d} - 1) \tag{713b}$$

Der Fotostrom wird im homogenen elektrischen Feld um den Faktor (Verstärkungsfaktor)

$$V = \frac{Z_a}{Z_o} = e^{\alpha d} \tag{714a}$$

verstärkt. Die Messung des Verstärkungsfaktors V liefert also den Townsendschen Stoßkoeffizienten α, und zwar als Funktion von E und p.

Bei inhomogenen elektrischen Feldern ist α ortsabhängig, und der Verstärkungsfaktor wird

$$V = e^{\int_0^d \alpha dx} \tag{714b}$$

Es zeigt sich, daß die Meßergebnisse $\alpha = f(E,p)$ für ein jedes Gas durch eine einzige Kurve dargestellt werden können, wenn man α/p als Funktion von E/p aufträgt. Wir werden hierfür später noch die theoretische Begründung beibringen (s."Ähnlichkeitsgesetze"). Bild 338 gibt eine Zusammenstellung der Meßergebnisse für einige Gase. Abszisse ist hier nicht E/p, sondern der Kehrwert p/E. Selbstverständlich besteht ein enger Zusammenhang zwischen unserem α und dem früher eingeführten s. Man sollte grundsätzlich die Funktion $\alpha/p = f(E/p)$ aus den Werten für die differentiale Ionisierung berechnen können. Dazu ist

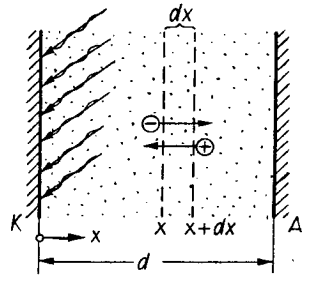

Bild 337
Zur Deutung der Lawinenbildung bei Gasentladungen

allerdings die Kenntnis der Elektronengeschwindigkeit im Felde E bzw. ihrer Verteilung notwendig. Wir gehen auf diese ziemlich weitläufigen Rechnungen hier nicht näher ein, sondern geben nur eine für die Praxis sehr bequeme Interpolationsformel an. Obwohl dieser eine tiefere theoretische Bedeutung nicht zukommt, gibt sie doch in vielen Fällen mit ausreichend guter Annäherung den empirischen Verlauf von $\alpha/p = f(E/p)$ wieder. Die Formel lautet

$$\alpha/p = A\, e^{-Bp/E} \qquad (715a)$$

Die Konstanten A und B dieser ursprünglich von Townsend selbst angegebenen Formel können aus den Beobachtungsergebnissen durch Logarithmieren, d.h. über die Funktion

$$\ln \alpha/p = \ln A - B\, p/E\,, \qquad (715b)$$

ermittelt werden.

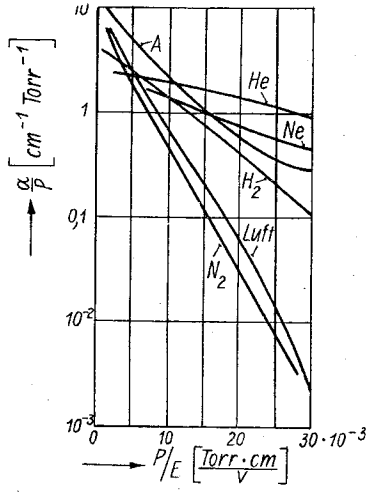

Bild 338
Der Ionisierungskoeffizient abhängig von p/E

Für die gebräuchlichsten Gase ergeben sich in dieser Weise nachstehende Werte:

Gas	A [cm Torr]$^{-1}$	B [V/cm Torr]
Luft	8,80	255
H_2	5,10	132
He	2,90	39

Mit der differentialen und integralen Ionisation sowie der Einführung des Townsend-Koeffizienten haben wir drei verschiedene Beschreibungen ein- und desselben Vorganges, nämlich der Ionisation durch Elektronenstoß, kennengelernt. Während die erstere den eigentlichen Elementarprozeß der Ionisierung behandelt und als Berechnungsgrundlage dient, sind die letzten beiden mehr den praktisch vorliegenden Problemen angepaßt.

g) Die Kontinuität des Stromes im Gasentladungsraum: Bekanntlich gilt für Gleichstrom die Beziehung:

$$\operatorname{div} \mathcal{J} = 0$$

Es muß also an jedem beliebigen Querschnitt des Gasentladungsraumes die Stromstärke

$$J = J^+ + J^- = \text{konst.}$$

sein. Wir wollen nun nachprüfen, ob diese Voraussetzung im einfachen Falle eines Plattenkondensators (Bild 337) erfüllt ist. Die einzelnen Anteile J^+ und J^- am Gesamtstrom betragen unter Berücksichtigung von (713a) an der Anode A

$$J^+ = 0$$

$$J^- = Z_0 q e^{\alpha d}$$

An der Katode K ergibt sich mit (713b) eine Ladungsträgerbilanz von

$$J^- = Z_0 q$$

$$J^+ = Z_0 q (e^{\alpha d} - 1)$$

$$J_K = J^+ + J^- = Z_0 q e^{\alpha d}$$

Schließlich gilt gemäß (712) für einen beliebigen Querschnitt an der Stelle x

$$J^- = Z_0 q e^{\alpha x}$$

$$J^+ = J^- \left[e^{\alpha (d-x)} - 1 \right] = Z_0 q e^{\alpha x} \left[e^{\alpha (d-x)} - 1 \right]$$

$$J_x = J^+ + J^- = Z_0 q e^{\alpha d}$$

Es zeigt sich, daß in jedem der 3 Fälle die gleiche Stromstärke

$$J = Z_0 q e^{\alpha d}$$

resultiert. Das heißt, die Bedingung $\operatorname{div} \mathcal{J} = 0$ ist erfüllt.

h) Stoletoweffekt: Stoletow fand, daß bei konstanter Feldstärke und verändertem Gasdruck bei einem bestimmten, von der Feldstärke abhängigen Gasdruck p_m ein Maximum der Stoßionisation auftritt. Die Existenz des Stoletoweffektes läßt sich sofort aus den oben gegebenen Formeln ersehen, aus denen wir auch den Druck, bei dem das Maximum der Ionisation liegt, berechnen können. Wir logarithmieren (714 a) und benutzen die Townsendsche Approximation (715 a):

$$\ln V = \alpha d = p d A e^{-\frac{Bp}{E}} \qquad (716)$$

Am Aufbau dieser Formel sieht man bereits, daß ln V - also auch V selber - für ein bestimmtes p einen Maximalwert annehmen muß, dessen Lage wir in der üblichen Weise durch Differentiation bestimmen:

$$\frac{d}{dp}(\ln V) = A d \left[e^{-\frac{Bp}{E}} - p \frac{B}{E} e^{-\frac{Bp}{E}} \right]$$

Setzt man diesen Ausdruck gleich Null, so folgt für den gesuchten Druck bei maximaler Verstärkung

$$p = p_m = \frac{E}{B} \qquad (717)$$

Dieser optimale Gasdruck p_m schreibt den Fülldruck von Entladungsgefäßen vor, der für größtmöglichste Verstärkung nötig ist.
Die maximale Verstärkung selbst folgt durch Einsetzen von (717) in (716) zu

$$\ln V_m = \frac{E d A}{B} e^{-1} = 0{,}368 \frac{d}{B} U \qquad (718)$$

i) Mehrfache Ionisierung: Wie früher schon angedeutet wurde, besteht nach der Entfernung eines Elektrons aus dem Atomverband die Möglichkeit, noch weitere Elektronen durch Stoß vom Atom zu trennen. Man spricht in diesem Fall von einer doppelten, dreifachen usw. Ionisierung des Atoms. Die hierzu erforderlichen Energiewerte (Ionisierungsspannungen U_i) steigen allerdings rasch an, während die Wirkungsquerschnitte absinken. Die nachfolgende Zusammenstellung zeigt dies am Beispiel des Hg-Atoms:

	U_i [V]	$Q_{red} = s/3\pi a_0^2$
Hg^+	10,4	6,7
Hg^{++}	18,7	0,95
Hg^{+++}	41	0,22

Die 3. Spalte gibt den maximalen Wirkungsquerschnitt bezogen auf den elementaren Querschnitt des H-Atoms an.
Die höheren Ionisierungszustände haben eine veränderte Struktur

der Elektronenhülle zur Folge. Ihre Spektren werden deshalb anders sein als die der neutralen Atome. Da sich die höheren Ionen vorzugsweise in Funkenentladungen bilden, wo hohe Energiedichten momentan zur Verfügung stehen, bezeichnet man deren Spektren als Funkenspektren.

2. Ionisierung durch Ionenstoß

a) Allgemeines: Die Ladungsträgerbildung durch Stoßionisation von langsamen positiven Ionen spielt in der Gasentladungsphysik gegenüber dem Elektronenstoß eine quantitativ nur untergeordnete Rolle, da Ionen sehr schlechte Ionisatoren sind. Auch stößt die experimentelle Untersuchung in diesem Falle auf Schwierigkeiten, da sich einmal die Ionen umladen (S. 620) können und zum anderen metallische Grenzflächen infolge der Emission von Sekundärelektronen durch auftreffende Ionen störend wirken. Das sind auch die wesentlichen Gründe dafür, daß auf diesem Gebiet nur ein spärliches Beobachtungsmaterial vorliegt.

Dagegen ist die Wirksamkeit schneller, etwa mit 100 kV beschleunigter Ionen (Kanalstrahlen) weitaus größer. α- und H-Strahlen (Protonen) mit einer Energie von einigen MeV ionisieren sogar viel kräftiger als Elektronen von gleicher Energie, da bei diesen Energiewerten die s(U)-Kurven der Elektronen (vgl. Bild 334) schon längst auf unerhebliche Werte abgeklungen sind. Die s(U)-Kurven der Ionen aber steigen in diesem Bereich noch monoton an.

b) Der Elementarvorgang: Grundsätzlich muß auch bei der Ionisierung durch positive Ladungsträger mindestens die Ionisierungsarbeit auf das neutrale Atom übertragen werden. Unterhalb dieser Energie ist eine Ionisation ausgeschlossen.

Aus stoßmechanischen Gründen kann bei einem Zusammenstoß zweier Massen M_1 (Masse des Ions) und M_2 (Masse des Atoms) maximal nur ein Bruchteil

$$\frac{M_1}{M_1 + M_2} \tag{719}$$

der kinetischen Energie übertragen werden. Handelt es sich, wie es sehr häufig der Fall ist, um annähernd gleichgroße Massen $M_1 \approx M_2$, so ist dieser Bruchteil gleich 1/2. Rein rechnerisch folgt daraus, daß im allgemeinen die doppelte Ionisierungsarbeit erforderlich ist.

Tatsächlich übertreffen die Ionisierungsspannungen für positive Ionen die der Elektronen um ein Vielfaches. Für den speziellen Fall

Alkaliion ⟶ Edelgasatom

liegen genauere Meßergebnisse vor, da Umladungen aus energetischen Gründen so gut wie ausgeschlossen sind. So beginnt beispielsweise bei Li^+-Ionen in Ne die Ionisation erst bei einer Energie entsprechend +307 V, obwohl die Ionisierungsspannung von Ne bei nur 21,5 V liegt. Auch bei arteigenen Ionen, wie beispielsweise He^+-Ionen in He, gilt ein Gleiches. Dort setzt die Ionisation bei einer Mindestenergie von ca. 100 V ein. Das ist etwa das 4fache der Ionisierungsspannung.

3. Ionisierung durch metastabile Atome und Stöße zweiter Art[1)]

a) Grundsätzliches: Metastabile Atome sind Energiespeicher von längerer Lebensdauer, d.h., sie können die Anregungsenergie über eine längere Zeit (etwa 10^{-2} s) aufgespeichert halten. Durch Übertragung dieser Energie auf angeregte oder normale Atome ist eine Ionisierung derselben möglich. Allerdings muß dabei die Anregungsenergie U_1^* der metastabilen Atome mindestens gleich der Ionisierungsarbeit U_{i2} eines anderen Atoms sein. Da die Anregungsenergie für den metastabilen Zustand eines Atoms stets kleiner ist als die Ionisierungsenergie der gleichen Atomsorte (vgl. z.B. Termschema Bild 235), kann die Bedingung

$$U_1^* \geq U_{i2}$$

nur in Gasgemischen geeigneter Auswahl der Bestandteile erfüllt werden.

b) Metastabile Atome in Gasgemischen: Die obige Bedingung wird beispielsweise erfüllt in dem oft untersuchten Gemisch Neon-Argon: Neon besitzt zwei metastabile Niveaus, deren Anregungsspannungen 16,7 bzw. 16,6 V betragen. Die Ionisierungsspannung von Argon hat dagegen den Wert von 15,7 V. Es ist also energetisch ohne weiteres möglich, daß ein angeregtes Ne-Atom beim Zusammenstoß mit einem A-Atom letzteres ionisiert. Dabei tritt die Differenz der poten-

1) Unter einem "Stoß zweiter Art" versteht man die Übertragung von Anregungsenergie einer Molekel auf einen beliebigen Stoßpartner.

tiellen Energiebeträge, das sind also 0,9 V bzw. 1,0 V, als kinetische Energie der Stoßpartner (Ne-Atom, A-Ion, Elektron) in Erscheinung. Der Umstand, daß im vorliegendem Fall diese Energiedifferenz relativ klein ist, begünstigt den Prozeß, so daß er mit einer großen Wahrscheinlichkeit, die sogar nahezu 1 ist, auftritt. Dieser Prozeß läßt sich deshalb auch dann noch gut experimentell beobachten, wenn das Argon nur als ganz geringfügige Verunreinigung im Neon vorhanden ist (10^{-4} % A in Ne). Er führt dann beispielsweise zu einer außerordentlich empfindlichen Beeinflussung der Zündspannung (Penningeffekt).

Eine andere Möglichkeit der Übertragung metastabiler Anregungsenergie auf neutrale Atome besteht in der Einschaltung eines Elektrons, das durch einen Stoß zweiter Art zunächst die Anregungsenergie als kinetische Energie aufnimmt und dann mit verhältnismäßig guter Ausbeute eine normale Stoßionisation ausführt. Der Prozeß läßt sich mithin in das Schema

$$U_1^* \longrightarrow \frac{m}{2} v^2 \longrightarrow U_{i2}$$

einordnen.

c) Metastabile Atome im reinen Gas: Auch in reinen, also einheitlichen Gasen spielen die metastabilen Zustände eine Rolle, indem sie die Ionisation erleichtern. Die metastabilen Atome bilden ja gewissermaßen einen Bestandteil des Gases mit erniedrigter Ionisierungsspannung, da nur noch die Energiedifferenz

$$\Delta U = U_i - U^*$$

aufzuwenden ist, um das Atom zu ionisieren. Die Anzahl der Ionisationsprozesse wird dadurch beispielsweise bei Maxwellscher Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten nach Gl. (561) erheblich vermehrt.

Derselbe Vorgang läßt sich auch als eine Art Stufenionisation auffassen. Als erste Stufe betrachtet man zunächst die metastabile Anregung, wobei die Arbeit U^* zu leisten ist. Zweite Stufe ist dann die vollendete Ionisation, zu welcher nur noch die Energiedifferenz ΔU aufzuwenden ist.

Grundsätzlich sind Stufenionisationen auch bei allen übrigen Anregungsniveaus der Termschemas denkbar. Nur ist die Verweilzeit des Atoms in diesen Zuständen so klein (etwa 10^{-8} s), daß ein

zweiter, zur Ionisation führender Elektronenstoß innerhalb dieser kurzen Zeitspanne nicht wahrscheinlich ist. Der Unterschied zwischen metastabilem Niveau und normaler Anregungsstufe ist also nur ein quantitativer und bezieht sich lediglich auf die Dauer der Verweilzeit.

Ist die Anregungsspannung für einen metastabilen Zustand größer als die Hälfte der Ionisierungsspannung, also

$$U^* > \frac{1}{2} U_i \quad ,$$

so ist eine Ionisation beim Zusammenstoß zweier metastabiler Atome energetisch durchaus möglich. Sie erfolgt auch tatsächlich mit einer sehr hohen Wahrscheinlichkeit.

Beispiele: Für Neon gilt $U^* = 16{,}6$ V, also $2\,U^* = 33{,}2$ V, und $U_i = 21{,}5$ V. Die für die Ionisation nötige Voraussetzung $2\,U^* > U_i$ ist in diesem Falle also erfüllt.

Auch bei den eben genannten Ionisierungsvorgängen kann ein Elektron beteiligt sein, indem es nämlich zunächst dem einen metastabilen Atom die Anregungsenergie in einem Stoß zweiter Art nimmt und mit dieser Energie ein zweites metastabiles Atom vollkommen ionisiert. Die beiden metastabilen Atome brauchen also nicht unmittelbar zusammenzustoßen. Für solche Stufenprozesse sind grundsätzlich eine ganze Anzahl von Kombinationen möglich.

4. Ionisierung durch Stoß neutraler Molekeln (Temperaturionisation)

a) Wesen der thermischen Ionisation: Wie bereits unter [66] 2.b gesagt, muß bei gleichen Massen die kinetische Energie des stoßenden Teilchens etwa das Doppelte der Ionisierungsarbeit betragen. Rechnet man z.B. mit der am häufigsten vorkommenden Geschwindigkeit v_m der Maxwellschen Verteilungskurve (vgl. Bild 240), so ergeben sich außerordentlich hohe Temperaturen. So müßte die kinetische Energie

$$\frac{m}{2} v_m^2 = 2\,q\,U_i$$

betragen. Dem entspricht eine Geschwindigkeit von

$$v_m = \sqrt{\frac{4\,qU_i}{m}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad \text{(s. 566b)},$$

woraus z.B. im Falle von Neon ($U_i = 21{,}5$ V) eine Gastemperatur von $T \approx 500\,000^\circ K$ folgt.

Tatsächlich ist aber schon bei erheblich geringeren, im Laboratorium herstellbaren Temperaturen eine merkliche Leitfähigkeit, hervorgerufen durch Ionisation, festzustellen. Es genügt nämlich schon das äußerste Ende der Verteilungskurve, also die selten vorhandenen großen Energien bzw. Geschwindigkeiten (vgl. Bild 273), um eine meßbare Ionisation zu veranlassen. Die entstehenden Elektronen und Ionen stehen dann sämtlich mit dem Gas im engsten Energieaustausch, d.h. im thermischen Gleichgewicht. Die Elektronen ionisieren nun ihrerseits mit viel größerem Wirkungsgrad als die vorher bestehenden neutralen Atome. Es würde also eine dauernd zunehmende Ionendichte bis zur 100 %igen Ionisation zu erwarten sein, wenn nicht dieser Trägerbildung eine Trägervernichtung entgegenarbeiten würde. Diese besteht in dem hier betrachteten Fall eines frei im Raum befindlichen Gases (Außerachtlassung störender Wandwirkungen) ausschließlich in der sogenannten Rekombination im Raum. Dieser Trägerverlust steigt quadratisch mit der Trägerdichte an und ist deshalb imstande, der thermischen Ionenbildung wirksam entgegenzutreten. Beide Bestrebungen führen zu einem stationären Gleichgewicht zwischen Entstehung und Vernichtung von Trägern, das sich in praktisch vernachlässigbarer Zeit einstellt.

b) Die Eggert-Saha-Gleichung: Mit Hilfe der Auffassung der thermischen Ionisierung als Gleichgewichtszustand läßt sich für den einfachen Fall eines einatomigen Gases bei Vernachlässigung der angeregten Zustände der genaue Zusammenhang zwischen Ionendichte, Gasdruck p und Temperatur T formelmäßig ermitteln. Man braucht hierzu nur die in der chemischen Kinetik bekannten Gleichungen für die Gleichgewichtszustände - insbesondere das Massenwirkungsgesetz - auf die Reaktion

$$\overbrace{A}^{\text{Neutralatom}} + \overbrace{q\,U_i}^{\text{Ionisierungsarb.}} \rightleftharpoons \overbrace{A^+}^{\text{pos.Ion}} + \overbrace{\varepsilon^-}^{\text{Elektron}}$$

anzuwenden, wobei wie ersichtlich die Ionisierungsarbeit ($q\,U_i$) an die Stelle der üblichen Wärmetönung tritt.

Die Durchführung dieser Rechnung führt zu der Eggert-Sahaschen Formel

$$\frac{x^2}{1-x^2}\,p = \frac{(2\pi m)^{3/2}}{h^3}\,(kT)^{5/2}\,e^{-\frac{qU_i}{kT}} \qquad (720a)$$

Hierin ist x der Ionisationsgrad, d.h. der Bruchteil der Atome, die ionisiert sind ($0 < x < 1$). Ferner bedeuten m die Elektronenmasse, k die Boltzmannsche Konstante und h das Plancksche Wirkungsquantum. Mißt man alles in praktischen Einheiten, so ergibt sich nach Einsetzen der Zahlenwerte

$$\frac{x^2}{1-x^2}\ \frac{p}{[\mathrm{Torr}]} = 2{,}3\cdot 10^{-4}\left(\frac{T}{[^\circ\mathrm{K}]}\right)^{5/2} e^{-11\,600\,\frac{U_i}{[\mathrm{V}]}\,\frac{[^\circ\mathrm{K}]}{T}} \qquad (720b)$$

Der Ionisationsgrad x steigt natürlich mit der Temperatur an. Bei gleicher Temperatur ist er um so größer, je kleiner die Ionisierungsspannung ist. Experimentell kann die Eggert-Sahasche Formel bis auf geringfügige Abweichungen als erwiesen angesehen werden. Bild 339 zeigt für einige Gase und Dämpfe den aus dieser Formel berechneten Ionisationsgrad x in Abhängigkeit von der Temperatur T für p = 760 Torr. Man erkennt, daß x schon bei einigen tausend Graden merklich von Null verschieden ist.

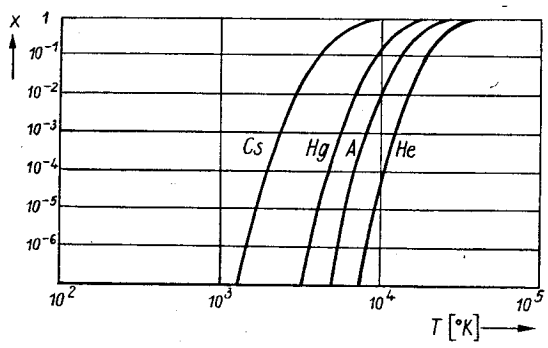

Bild 339
Thermische Ionisierung, nach der Eggert-Saha-Formel für p=760 Torr berechnet

Eine große Rolle spielt die thermische Ionisation in der Hochdruck-Gasentladung, ($p \gtrsim 1$ Atm). In diesem Falle besteht Grund zur Annahme, daß das Elektronengas mit dem Molekülgas im vollkommenen Temperaturgleichgewicht steht. Die Temperatur ergibt sich nach Theorie und Messung zu 6000 ... 12 000 °K, so daß hohe Ionisierungsgrade zustande kommen. Bei der später folgenden Behandlung des Plasmas werden wir näher auf diese Dinge eingehen.

5. Fotoionisation in Gasen: Die zur Ionisierung eines Atoms erforderliche Arbeit qU_i kann auch durch Strahlung (Lichtquanten, Fotonen) geleistet werden. Voraussetzung dafür ist nur, daß die in einem Foton enthaltene Energie hf mindestens gleich der

Ionisierungsarbeit ist, also

$$hf \geq qU_i \tag{721}$$

gilt, und daß das Foton auch wirklich absorbiert wird. Die Forderung (721) verlangt eine obere Grenzwellenlänge λ_g, die sich aus

$$hf_i = \frac{hc}{\lambda_g} = qU_i$$

zu

$$\lambda_g = \frac{1{,}24}{U_i}\,[\mu\mathrm{mV}] \tag{722}$$

ergibt. Für einige Gase bzw. Dämpfe ergeben sich daraus nachfolgende Werte:

Gas	U_i[V]	$\lambda_g\,[\mu m]$	Bemerkung
Cs	3,88	0,318	nahes UV
Hg	10,40	0,119	UV
He	24,50	0,051	fernes UV

Es zeigt sich, daß die üblichen Werte für U_i zu Grenzwellenlängen führen, die z.T. weit im Ultravioletten (UV) liegen. Ist die Energie hf des Fotons größer als die Ionisierungsarbeit des Atoms, so kann der Differenzbetrag dem aus dem Atom abgelösten Elektron als kinetische Energie $mv^2/2$ mitgegeben oder als Anregungsenergie U^* des entstandenen Ions verwendet werden. Es gilt somit allgemein die Energiebedingung

$$hf - qU_i = \frac{m}{2}v^2 + U^* \tag{723}$$

Die Geschwindigkeiten v sind sehr klein, wenn die Fotonenenergie gerade eben zur Ionisierung ausreicht, wie es beispielsweise bei der Fotoionisation durch ultraviolettes Licht der Fall ist. Sie können beträchtlich ansteigen, wenn man zu kurzwelliger Strahlung (Röntgenstrahlen) übergeht.

Der Ionisationsprozeß kann in derartigen Fällen experimentell sehr gut in der Wilsonschen Nebelkammer (S. 617) verfolgt werden. Eine Aufnahme hiervon zeigt Bild 340 (vgl. auch [66]6c): Ein horizontal

quer durch das Bild gerichteter Röntgenstrahl erzeugt durch Fotoionisation längs seiner Bahn sehr schnelle Elektronen, die nun ihrerseits das Gas kräftig ionisieren und somit Nebelspuren hinterlassen. Es handelt sich hier um eine Auslaufionisation der Elektronen (S. 599). Die ständig erfolgende Umlenkung der Elektronenbahnen durch Stöße ist die Ursache für den unregelmäßig gewundenen Bahnverlauf.

Infolge des sehr geringen Wirkungsquerschnittes ist die Ausbeute bei der Fotoionisation sehr klein [1]. Genauere Untersuchungsergebnisse liegen lediglich für Alkalidämpfe vor. Der Verlauf des Wirkungsquerschnittes Q in Rb-Dampf mit der Wellenlänge λ ist in Bild 341 dargestellt: Nach einem sehr steilen Maximum in unmittelbarer Umgebung der Grenzwellenlänge λ_g fällt Q wieder sehr rasch ab.

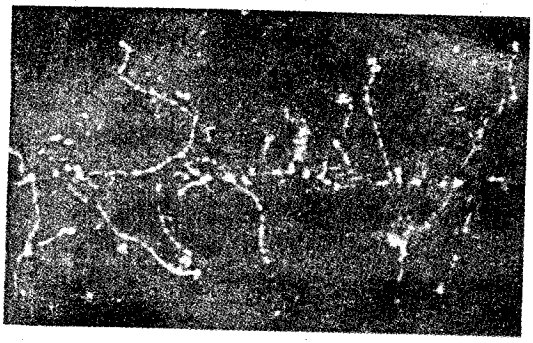

Bild 340
Nebelspuraufnahme der Ionisation durch Röntgenstrahlen

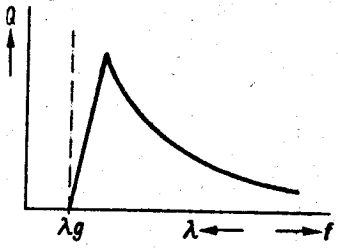

Bild 341
Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes Q von der Wellenlänge in Rb-Dampf (qualitativ)

Es sei darauf hingewiesen, daß die Fotoionisation bei der Zündung langer Funken und der Bildung des Funkenkanals eine bedeutende Rolle spielt.

6. Trägerbildung an festen Grenzflächen: Nicht nur für die Entladung im Hochvakuum spielt die Trägerbildung an Grenzflächen eine

---

1) Zum Vergleich: Fotoionisierung in Rb-Dampf: $Q_{red} = 0{,}001$
Elektronenstoß in Hg-Dampf: $Q_{red} = 7$

entscheidende Rolle, sondern auch für fast alle Formen von Gas- oder Dampfentladungen. Da es sich hierbei ausschließlich um Elektronenemission [1] handelt, müssen wir uns noch mit den für die Gasentladungen typischen Möglichkeiten des Elektronenaustritts befassen.

a) Elektronenauslösung durch positive Ionen (γ-Effekt): Positive Ionen sind Träger potentieller Energie (Ionisierungsenergie) und kinetischer Energie. Sie sind daher zur Auslösung von Sekundärelektronen fähig. Die Austrittsarbeit qU_a wird durch die kinetische und potentielle Energie des Ions geleistet. Als Energiebedingung für die Auslösung eines Elektrons durch Ionen folgt daher:

$$\frac{M}{2} v^2 + qU_i \geq 2\, qU_a \quad [2] \tag{724}$$

Diese Bedingung ist zwar notwendig, aber nicht hinreichend. Die durch positive Ionen ausgelösten Elektronen haben eine sehr kleine Geschwindigkeit, da ja beim Stoß zweier sehr unterschiedlicher Massen nur ein verschwindend kleiner Bruchteil der kinetischen Energie (vgl. 719) übertragen werden kann. Die Elektronenauslösung geht, wie bei der Sekundärelektronenemission, dicht unterhalb der Metalloberfläche vor sich. Daraus erhellt die im Experiment gefundene Tatsache, daß die Beschaffenheit der Metalloberfläche einen großen Einfluß auf die Ausbeute

γ = Sekundärelektronen pro Ion

dieses Prozesses besitzt. Deswegen streuen auch die von verschiedenen Autoren gemessenen Werte der Ausbeute beträchtlich, was nicht nur in der Verschiedenartigkeit der benutzten Meßverfahren seinen Grund haben kann.

Diese Meßverfahren lassen sich in zwei Gruppen aufteilen:

Bei der ersten Gruppe wird γ als Elementarakt gemessen, indem man die aus einer Hilfsentladung durch ein besonderes Feld herausgezogenen positiven Ionen auf eine Metallplatte fallen läßt und

---

1) Hierzu zählen z.B. Glühemission, Feldemission, Sekundärelektronenemission, lichtelektrische Emission.

2) Der Faktor 2 ergibt sich aus der Notwendigkeit, daß zur Neutralisation des Ions ein weiteres Elektron gebraucht wird.

den von ihr ausgehenden Elektronenstrom mißt. Das Verhältnis des letzteren zum Strom der positiven Ionen gibt dann das gesuchte γ.

Die <u>zweite Gruppe</u> von γ-Messungen macht bereits von vorgefaßten Theorien über die Mitwirkung des γ-Prozesses bei der Zündung und dem stationären Betrieb von selbständigen Entladungen (Glimmentladung) Gebrauch. Die Ergebnisse dieser Gruppe sind daher nicht ohne weiteres mit denen der ersten Gruppe vergleichbar. Sie sind es schon deswegen nicht, weil bei ihnen neben der reinen γ-Wirkung alle anderen an der Katode tätigen elektronenauslösenden Vorgänge [1] automatisch mit erfaßt werden. Es kann deshalb allgemein vermutet werden, daß die Meßverfahren der zweiten Gruppe durchweg zu große γ-Werte ergeben.

Bild 342 zeigt einige γ-Werte in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit (U) der positiven Ionen für verschiedene Kombinationen Ion → Metall. Dabei rühren die für Nickel angegebenen Kurven von direkten Messungen des Elementareffektes her, während die für Aluminium und Magnesium aus der Erwärmungsmessung einer anomal belasteten Glimmkatode errechnet wurden. Man sieht, daß γ etwa proportional mit der Ionenenergie ansteigt. Bei etwa 100 V Energie bewegt sich γ um 0,01, kann aber bei 3000 V bis auf den Wert 1 (allerdings bei starker Streuung) anwachsen. Bei langsamen Ionen (≈ 100 V) liegen Anzeichen vor, daß γ von U unabhängig ist. Das würde etwa dem Geschwindigkeitsbereich entsprechen, bei dem die kinetische Energie gegenüber der potentiellen nicht mehr elektronenauslösend zur Geltung käme.

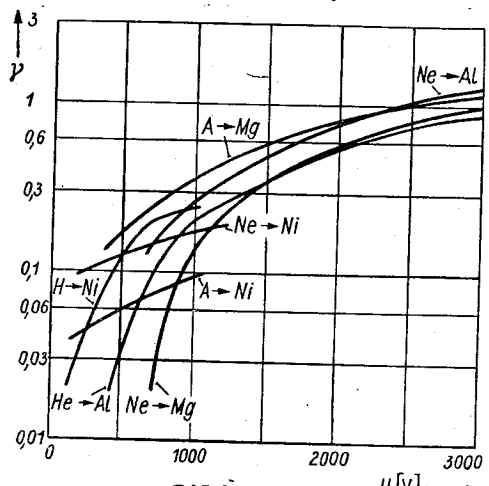

Bild 342
Elektronenauslösung durch Stoß positiver Ionen. Ausbeute γ abhängig von der Ionengeschwindigkeit

1) Fotoeffekt durch das Licht der zündenden oder brennenden Entladung, Stoß angeregter Atome usw.

b) Elektronenauslösung durch metastabile Atome: Beim Auftreffen von metastabil angeregten Atomen auf feste Metallflächen können ebenfalls Elektronen in Freiheit gesetzt werden. Die Austrittsarbeit wird durch die potentielle und kinetische Energie des angeregten Atoms geleistet. Die Energiebilanz lautet in diesem Falle

$$\frac{M}{2} v^2 + qU^* \geqq qU_a \quad , \tag{725}$$

wobei U^* die metastabile Anregungsspannung bedeutet. Da die Anzahl der auf eine Metalloberfläche auftreffenden metastabilen Atome nur schwer zu ermitteln ist, läßt sich die Ausbeute

γ^* = Sekundärelektronen pro metastabiles Atom

nur abschätzen. So folgt beispielsweise für das System $He^* \longrightarrow Pt$ (metastabil angeregtes He-Atom wirkend auf Pt-Oberfläche) eine Ausbeute von etwa 24 %.

Die Elektronenauslösung durch metastabile Atome ist ebenfalls wieder ein typischer Oberflächeneffekt und als solcher sehr stark von der Beschaffenheit der Metalloberfläche abhängig.

7. Praktische Anwendungen der Ionisation

α) Ionisationsmanometer: Es handelt sich hierbei um ein Gerät, das der Messung sehr tiefer Gasdrucke dient. Man mißt den Strom des negativ vorgespannten Gitters einer Triode (Bild 343a), der an sich schon ein Maß für die Güte des Vakuums ist. Da die Ionisation dem Gasdruck (Stoßzahl) genau proportional ist, können wir schreiben

$$p = C\, f \quad ,$$

wenn f als sogenannter Vakuumfaktor

$$f = \frac{\text{Ionenstrom}}{\text{Elektronenstrom}}$$

definiert wird und C eine apparative Konstante darstellt. Zur Messung des Vakuumfaktors f eignen sich grundsätzlich die beiden Schaltungen nach Bild 343a und b. Es gilt

für Schaltung a: $f = \frac{i_g}{i_a}$ für Schaltung b: $f = \frac{i_a}{i_g}$

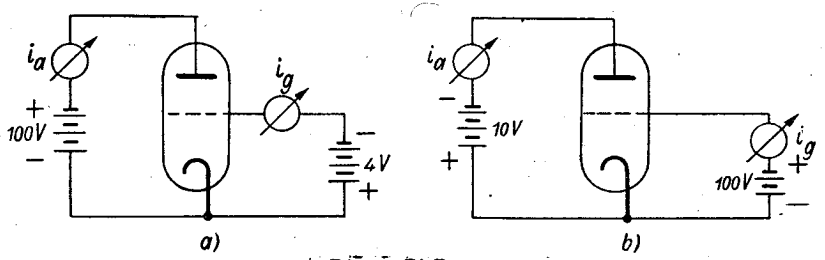

Bild 343
Schaltmöglichkeiten für Ionisationsmanometer

Die geschilderte Apparatur gestattete lange Zeit nur die Messung von Drucken bis zu etva 10^{-6} Torr herab. Bei noch tieferen Drukken läßt sich der Gitterstrom nicht mehr auf einen dem wirklichen Druck entsprechenden Wert vermindern, da an der negativen Elektrode ein zusätzlicher Fotostrom durch weiche Röntgenstrahlung ausgelöst wird. Diese Röntgenstrahlung entsteht durch die auf die positive Elektrode auffallenden Elektronen.
Erst eine in neuerer Zeit von Alpert vorgeschlagene Verbesserung, die diese Störung auf konstruktivem Wege beseitigt, läßt die genaue Messung von Drucken bis zu 10^{-11} Torr zu. Die Oberfläche der negativen Elektrode wird dabei so weit verkleinert, daß sie möglichst wenig Röntgenstrahlen auffängt. Das elektrische Feld sorgt dafür, daß trotz dieser verkleinerten Oberfläche alle durch Stoß gebildeten positiven Ionen zum Auffänger gezogen werden.

Ionisationsmanometer müßten an sich für jedes Gas gesondert geeicht werden. Da aber in den meisten Fällen (z.B. Fabrikationskontrolle) nur der Ionenstrom als solcher und nicht eigentlich der Gasdruck interessiert, wird diese Maßnahme überflüssig.
Zur laufenden Druckmessung sind Geräte konstruiert, die eine direkt zeigende Skala für p aufweisen. Sicherungsvorrichtungen gegen plötzlichen Gaseinbruch, der ein Durchbrennen des Heizfadens verursachen würde, sind vorgesehen.
β) Lecksucher: Es ist dies ein Apparat zum Auffinden undichter Stellen in Vakuumgefäßen, z.B. in eisernen Gleichrichterkolben. Das zu prüfende undichte Gefäß wird dauernd gepumpt, wobei jedoch das abgepumpte Gas einem Massenspektrografen zugeführt wird, der die Anwesenheit von Atomen eines bestimmten Atomgewichtes, z.B. He (A = 4,00) festzustellen gestattet. Wird nun die Außenfläche

des evakuierten Gefäßes mit einem dünnen He-Strahl bepinselt, so macht sich eine undichte Stelle (z.B. in der Schweißnaht) dadurch bemerkbar, daß der Massenspektrograf He anzeigt.

γ) Gasgefüllte Fotozelle: Im Hochvakuum fliegen sämtliche durch Lichteinstrahlung ausgelösten Elektronen zur Anode, so daß der gemessene, im allgemeinen sehr schwache Elektronenstrom mit dem von der Katode emittierten Fotoelektronenstrom identisch ist. Füllt man dagegen etwas Gas (z.B. A oder He) in die Zelle, so gibt jedes emittierte Elektron bei geeigneter Spannung Anstoß zu einer Lawinenbildung. Auf diese Weise wird der Fotostrom um einen von Spannung, Gasart und Gasdichte abhängigen Faktor V in der Zelle verstärkt. Für den Fall planparalleler Plattenelektroden gilt Gl. (714a). Praktisch erreichbar sind Verstärkungsgrade von V = 10 ... 100. Der Gasdruck ist zweckmäßig so einzustellen, daß nahe am Stoletowmaximum (vgl. [66] 1.h) gearbeitet wird. Die Spannung muß soweit begrenzt werden, daß keine Glimmentladung zündet. Die gasgefüllte Fotozelle ist infolge der Ionenträgheit nur für nicht allzu hohe Frequenzen brauchbar. Sie findet häufig als Abtaster in der Tonfilmtechnik Verwendung.

δ) Wilsonsches Nebelkammer-Verfahren: Das Verfahren gestattet die Sichtbarmachung von ionisierenden Teilchen. Es beruht auf der Tatsache, daß bei der Abkühlung gesättigten Wasser- oder Alkoholdampfes die erste Kondensation und Tröpfchenbildung an elektrisch geladenen Schwebeteilchen, hauptsächlich also an Ionen beiderlei Vorzeichens eintritt. Bei geeigneter Dunkelfeldbeleuchtung werden die so entstehenden Bahnen ionisierender Teilchen als Tröpfchenspur sichtbar. Bild 340 zeigt eine derartige Aufnahme, die wir schon auf Seite 612 beschrieben haben.

ε) Ionisationsmeßkammer: Die Eigenschaft kurzwelliger Strahlung, in einem Gas Träger zu erzeugen, kann man zum Nachweis und zur Messung solcher Strahlungen benutzen. Dazu dient die Ionisationsmeßkammer. Die zu messende Strahlung durchsetzt als fein ausgeblendetes Bündel einen von großflächigen Elektroden und Wänden begrenzten Gasraum (Bild 344). Die dort gebildeten Träger werden vom Feld erfaßt und zu den Elektroden geführt. Als Gasfüllung nimmt man ein möglichst schweres Gas (Luft, SO_2, schwere Edelgase) von hohem Druck, um einen möglichst großen Anteil der

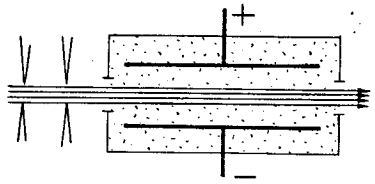

Bild 344
Schema einer Ionisations-meßkammer

Strahlung zu absorbieren. Auch muß das zwischen den Elektroden liegende elektrische Feld so stark sein, daß alle entstandenen Ionen abgesaugt werden und nicht etwa durch Rekombination verloren gehen (Sättigungsstrom).

[72] Die Umwandlung von Ladungsträgern. Durch die in [66] beschriebenen Elementarvorgänge entstehen die Träger ausschließlich als positive Ionen und freie Elektronen. Verweilen diese nun längere Zeit in einem Gas, so können sich als Folge der Zusammenstöße mit den Gasmolekeln weitere elementare Prozesse anschließen, die zu einer Umwandlung der Träger führen.

1. Elektronenanlagerung: Eine sehr wichtige und häufige Trägerumwandlung besteht in der Anlagerung eines Elektrons an ein neutrales Atom oder Molekül. Auf diese Weise entsteht dann ein negatives Ion. Ob ein Gas zur Anlagerung eines Elektrons neigt oder nicht, ist in erster Linie eine Frage der Struktur der äußersten Elektronenschale, also der Valenzeigenschaften. So bilden beispielsweise die typisch elektronegativen Elemente (Sauerstoff, Halogene und andere) außerordentlich leicht negative Ionen. Umgekehrt besitzen die Edelgase mit ihren vollständig abgeschlossenen Schalen sowie auch die meisten Metalldämpfe (Hg, Na) absolut keine Neigung zur Elektronenanlagerung. In den letztgenannten Gasen muß man deshalb mit einer langen Lebensdauer der freien Elektronen rechnen.

Die Elektronenanlagerung wird quantitativ durch Angabe der Wahrscheinlichkeit W erfaßt, mit der ein Zusammenstoß zwischen Elektron und Molekel zum Anlagern des ersteren führt. Läßt man also einen Strom von Z_o Elektronen im Feld E ein Gas vom Druck p durchlaufen, so bleibt nach Vollführung von ν Stößen nur noch der Bruchteil

$$\frac{Z}{Z_o} = e^{-W\nu} = e^{-\frac{x}{\lambda}} \qquad (726)$$

an freien Elektronen übrig. Der Rest hat sich in negative Ionen umgewandelt.

Anderseits kann man in Analogie zum Ionisierungsquerschnitt auch einen "Anlagerungsquerschnitt" Q_a definieren, für den die Beziehung $Q_a = W\,Q_o$ gilt. Q_o ist wieder der Wirkungsquerschnitt der Molekeln gegenüber freien Elektronen.

Auf Gl. (726) beruhen alle Verfahren zur Messung der Anlagerungswahrscheinlichkeit W. Da sich die Stoßzahl ν nach früher gegebenen Grundsätzen berechnen läßt (S.446), ist nur noch der Anteil von Elektronen am Gesamtstrom zu bestimmen. Das neueste und eleganteste Verfahren ist die Anwendung des Elektronenfilters: Ein Gitter steht quer in der Elektronenströmung. Seine Drähte sind abwechselnd miteinander verbunden. Wird nun an die beiden Gitterhälften eine hochfrequente Wechselspannung gelegt, so vollführen die in den Feldbereich zweier benachbarter Drähte eintretenden Ladungsträger Schwingungen im Takte der Hochfrequenz. Dabei ist die Amplitude bei den Elektronen wesentlich größer als bei den Ionen. Durch passende Auswahl von Frequenz und Amplitude der Wechselspannung läßt sich erreichen, daß sämtliche Elektronen an die Drähte gelangen und so aus der Strömung entfernt werden, während die Ionen zu einem bestimmten aus den Gitterabmessungen folgenden Bruchteil durch das Gitter hindurchgelangen. Auf diese Weise können beide Trägerarten voneinander getrennt und der Anteil der Elektronen am Gesamtstrom bestimmt werden.

Aus Messungen resultiert, das die Anlagerungswahrscheinlichkeit W vom Verhältnis E/p in einer sehr komplizierten Form abhängig ist. Größenordnungsmäßig ergeben sich Werte, die zwischen $W = 10^{-6}$ und 10^{-2} liegen.

2. Die Bildung von Komplexionen: Positive oder negative Ionen haben die Tendenz, neutrale Atome oder Moleküle an sich zu ziehen und festzuhalten. Die zu derartigen Anlagerungen führenden Kräfte rühren daher, daß jede Molekel entweder von vornherein ein Dipolmoment besitzt oder im Feld des Ions polarisiert und deswegen im inhomogenen Feld des Ions angezogen wird. Die thermische Bewegung der Teilchen sucht diese Zusammenrottung zu verhindern. Aus dem Gleichgewicht beider Wirkungen bestimmt sich im allgemeinen die Größe der Komplexe.

Komplexionen besitzen eine gegenüber den Normalionen stark verminderte Beweglichkeit und lassen sich dadurch auch leicht nachweisen. Molekeln von ausgesprochen polarem Charakter, wie beispielsweise sehr viele organische Dämpfe, führen zu Komplexen, die

unter Umständen mehrere Hundert von Einzelmolekeln um eine Elementarladung geschart umfassen können.

3. Der Austausch von Ladungen (Umladungen): Es handelt sich hier um einen mit hoher Wahrscheinlichkeit verlaufenden Prozeß, der im Elektronenaustausch zwischen Ion und neutralem Gaspartikel besteht und nach folgendem Schema vor sich geht:

$$A^+ + B \longrightarrow B^+ + A$$

Stößt also ein positives Ion A^+ mit einem neutralen Gasatom B zusammen, so entnimmt es dem neutralen Atom ein Elektron, indem es das Atom B in ein positives Ion B^+ umwandelt und sich selbst neutralisiert. Ebenso kann ein negatives Molekülion sein überschüssiges Elektron an ein neutrales Atom abgeben. Auch können die beiden Ionensorten miteinander identisch (arteigen) sein. Ein klassischer Fall dieser Art ist der Umladungsvorgang

$$He^+ + He \longrightarrow He + He^+$$

Da das neutralisierte Ion seine ursprüngliche (Einschuß-)Geschwindigkeit beibehält, führt der Vorgang der Umladung zur Existenz schneller Atome in der Gasentladung. Die neuentstandenen Ionen haben dagegen entsprechend ihrer ursprünglich relativ langsamen thermischen Bewegung sehr kleine Geschwindigkeiten. Diesen Umstand benutzt man zur experimentellen Bestimmung der Umladungsprozesse, indem man den seitlich abdiffundierenden Ionenstrom als Sättigungsstrom im negativ geladenen Zylinder Z der in Bild 345 dargestellten Anordnung mißt. Ist Z gegen das Drahtnetz N positiv geladen, so fließt durch den Zylinder kein Ionenstrom. Dies kann als Nachweis dafür gewertet werden, das anlaufende (gestreute) Primärionen nicht in störender Zahl vorhanden sind. Wie bei allen Messungen positiver Ionen liegt aber auch hier eine besondere Schwierigkeit darin, daß an den von Ionen getroffenen Metallflächen Sekundärelektronen ausgelöst werden können (γ-Effekt). Diese können einige Zehntel des zu messenden Ionenstromes ausmachen und überdies in vorhandenen Feldern durch Lawinenbildung erheblich verstärkt werden. Nur durch sinnreiche Schaltungen und Aufnahme von Kennlinien bei verschie-

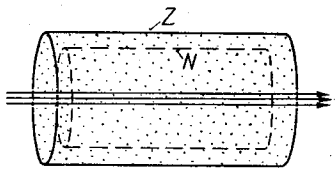

Bild 345
Schematische Anordnung zur Messung von Umladungen

dener Polarität gelingt es mit Sicherheit, diese Störungen zu erkennen und rechnerisch zu erfassen.

[73] Die Vernichtung von Ladungsträgern. Im stationären Zustand einer Gasentladung halten die trägervernichtenden Prozesse den trägerbildenden das Gleichgewicht. Man unterscheidet zwischen Trägervernichtung im freiem Gasraum und Trägervernichtung an festen Grenzflächen.

1. Trägervernichtung im Raum (Volumenrekombination)

a) Grundsätzliches: Bei einem gaskinetischen Zusammenstoß eines positiven und eines negativen Ions kann - durch Austausch des Elektrons - die Bildung zweier neutraler Gaspartikel erfolgen. Man nennt diesen Prozeß Ionenrekombination. Analog heißt die Bildung einer neutralen Gaspartikel durch ein positives Ion und ein freies Elektron Elektronenrekombination. Bei der Vereinigung der geladenen Teilchen wird die ehemals zur Ionisierung benötigte Energie wieder frei. Sie wird entweder als kinetische Energie an die Stoßpartner abgegeben oder als Anregungsenergie ausgestrahlt.

b) Zeitliche Abnahme der Trägerdichte, Rekombinationskoeffizient: Wir nehmen an, daß die geladenen Teilchen im ionisierten Gas positive und negative Ionen sind,und untersuchen die Konzentrationsveränderung der geladenen Teilchen, die infolge der Rekombinationsprozesse vor sich geht. Die Anzahl der in der Zeit dt erfolgenden Rekombinationsprozesse ist natürlich dieser Zeit dt proportional, ferner aber auch sowohl der Dichte der positiven wie der der negativen Ionen, also dem Produkte beider Ionendichten. Sind n^+ und n^- die Dichten beider Ionensorten, so können wir also für die Änderung der Trägerdichte ansetzen:

$$dn = - \varrho n^+ n \, dt$$

Nach Abschalten der ionisierenden Ursache muß danach die Trägerdichte nach der Gesetzmäßigkeit

$$\frac{dn^+}{dt} = \frac{dn^-}{dt} = - \varrho n^+ n^- \qquad (727)$$

abklingen. Den Faktor ϱ bezeichnet man als Rekombinationskoeffizienten.

Sind beide Trägerdichten einander gleich (Neutralität), so wird

aus Gl. (727)

$$\frac{dn}{dt} = -\varrho\, n^2 \,, \tag{728}$$

und die Integration liefert für die zeitliche Abnahme der Trägerdichte

$$n = \frac{n_o}{1 + n_o\, \varrho\, t} \tag{729a}$$

oder

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_o} + \varrho\, t \tag{729b}$$

Die Gleichungen (729a und 729b) können zur Messung des Rekombinationskoeffizienten ϱ benutzt werden, indem man das zeitliche Abklingen der Trägerdichte nach Abschalten aller ionisierenden Prozesse beobachtet. Es existiert eine ganze Reihe verschiedener Meßverfahren, von denen wir einige nachfolgend kurz beschreiben.

c) Messung des Rekombinationskoeffizienten:

α) Strömungsmethode: Man läßt das an einer bestimmten Stelle (Ionisierungszone) durch Röntgenstrahlen oder radioaktive Präparate ionisierte Gas mit einer bekannten Geschwindigkeit durch ein Rohr strömen und stellt in verschiedenen Abständen von der Ionisierungszone die Trägerdichte durch Messung des Querstromes fest.

β) Impulsmethode: Ein ruhendes Gas wird durch Röntgenstrahlen ionisiert. Nach plötzlichem Abschalten der ionisierenden Ursache wird die Trägerdichte am gleichen Ort, aber nach verschiedenen Zeiten gemessen, z.B. durch Dämpfungsmessungen mit Dezimeterwellen.

γ) Kennlinienverfahren: Man benutzt hier die Kennlinie eines zwischen zwei Elektroden (Plattenkondensator) stationär fließenden Stromes, wobei die Ionenerzeugung konstant gehalten wird. Steigert man von Null ausgehend die Spannung an den Elektroden, so nimmt der Strom anfangs mit ihr proportional zu (Bild 346). Erst bei höherer Spannung erreicht er den der Trägererzeugung entsprechenden Sättigungswert i_s. Dies rührt daher, daß erst verhältnismäßig hohe Felder alle entstehenden Ionen so schnell an die Elektroden schaffen können, daß keine nennenswerte Rekombination stattfindet. Je schwächer das Feld ist, desto mehr

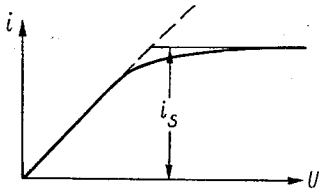

Bild 346
Einfluß der Rekombination auf die Kennlinie zwischen Plattenelektroden (schematisch)

Träger gehen verloren, und man kann aus der erhaltenen Kennlinie nunmehr rückwärts den Wert von ϱ errechnen.

δ) Meßergebnisse: Bei Atmosphärendruck (760 Torr) und Zimmertemperatur (20°C) ergibt sich für Luft ein Rekombinationskoeffizient von etwa

$$\varrho = 10^{-6}\ \mathrm{cm^3/s} = 10^{-12}\ \mathrm{m^3/s}$$

Für kleinere Drucke ($p < 600$ Torr) ist ϱ mit p proportional. Oberhalb von etwa 800 Torr sinkt ϱ dagegen mit zunehmendem Druck wieder ab. Ähnliche ϱ-Werte finden sich auch in anderen Gasen.

d) Rekombination von positiven Ionen und freien Elektronen: Rekombiniert ein positives Ion mit einem freien Elektron ε unmittelbar zu einem neutralen Atom, so wird die überschüssige Energie des Elektrons in Form eines Lichtquantes ausgestrahlt. Dieser Elementarprozeß ist das Gegenstück zur Fotoionisation im Gas. Beide Vorgänge verlaufen also in einander entgegengesetzter Richtung nach dem Schema

$$A + hf \rightleftarrows A^+ + \frac{m}{2} v^2 + \varepsilon$$

Dabei ist natürlich Voraussetzung, daß $f \geqq f_i$ gilt. Setzen wir $f = f_i + \Delta f$ (mit $\Delta f \geqq 0$) in obiges Schema ein, also

$$\underline{A + hf_i} + \underline{h\Delta f} \rightleftarrows \underline{A^+ + \varepsilon} + \underline{\frac{m}{2} v^2}\ ,$$

so folgt eine Aussage über das Rekombinationsspektrum: Da auf Grund der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung $mv^2/2$ stetig verteilt ist, verläuft das Emissionsspektrum des genannten Rekombinationsvorganges kontinuierlich. Es beginnt bei $\Delta f = 0$ ($v=0$) und schließt sich an die Seriengrenze f_i an (vgl. auch Abschn. [52] 5.).

e) Ionisierung und Rekombination in der Ionosphäre (Heavisideschicht): Außer für Gasflammen, Lichtbögen oder Funkenkanäle sind die betrachteten Elementarprozesse der Anlagerung und Rekombination von Ionen und Elektronen auch für die oberen Schichten der Erdatmosphäre typisch. Insbesondere trifft der Prozeß der Volumenrekombination auf die in rd. 200 bis 400 km Höhe liegende Heavisideschicht zu, die im allgemeinen noch in

E-Schicht: Höhe etwa 120 km, Dicke etwa 10 km,
F_1-Schicht: Höhe etwa 220 km, Dicke etwa 30 km,
F_2-Schicht: Höhe etwa 300 km, Dicke etwa 50 bis 70 km

aufgeteilt wird. Bisweilen existiert unterhalb der E-Schicht noch eine weitere, meist sehr schwache D-Schicht, die allerdings zu Zeiten solarer Aktivität sehr verstärkt werden kann.
In sämtlichen Schichten befinden sich infolge der Einwirkung **kurzwelliger Sonnenstrahlen (Fotoionisation!) freie Elektronen** und positive Ionen in großer Zahl. Die der Trägererzeugung das Gleichgewicht haltende Trägervernichtung besteht infolge fehlender Grenzflächen ausschließlich in der Volumenrekombination. Da neben den freien Elektronen und positiven Ionen aber auch noch erhebliche Mengen negativer Ionen infolge des Sauerstoffgehaltes vorhanden sind, tritt außer der Elektronenrekombination auch noch die Ionenrekombination merklich in Erscheinung.
Durch Sondierung mit Radiowellen ist man über den Zustand der einzelnen Schichten gut informiert. So ergeben sich beispielsweise für die E-Schicht folgende charakteristische Werte:

Gasdichte:	$6 \cdot 10^{18}\ m^{-3}$ [1]
Elektronendichte = Ionendichte:	$1{,}5 \cdot 10^{11}\ m^{-3}$
Ionisierungsgrad x:	$2{,}5 \cdot 10^{-8}$
Rekombinationskoeffizient ϱ:	$10^{-14}\ m^3\ s^{-1}$

2. Trägervernichtung an festen Grenzflächen:
a) Metallelektroden als Grenzfläche: Auf die positive Elektrode (Anode) gelangen freie Elektronen und negative Ionen. Die ersteren treten in das Metall ein und werden dort zu Leitungselektronen. Dabei wird ihre kinetische Energie und die Austrittsarbeit in Form von Wärme frei. Bei großer kinetischer Energie entstehen außerdem Röntgenstrahlen und Sekundärelektronen. Die letzteren können jedoch wegen des im allgemeinen vor der Anode liegenden Feldes die Anode nicht verlassen. Die negativen Ionen geben ihr überschüssiges Elektron an das Anodenmetall ab und verlassen dieses wieder als neutrale Gasmolekeln. Die dabei auftretende Wärmetönung hat meist positives Vorzeichen, d.h.,die Anode erwärmt sich.

Zur negativen Elektrode (Katode) gelangen positive Ionen. Sie neutralisieren sich durch Übernahme eines Elektrons aus dem Metall-

1) Für 0°C wäre der entsprechende Druck $p = 2 \cdot 10^{-4}$ Torr.

gitter unter Deckung der dazu erforderlichen Austrittsarbeit aus der Ionisierungsenergie (Energiebedingung $U_i \geq U_a$).
Die gleichen Vorgänge spielen sich an Metallflächen ab, die eine Entladung begrenzen, ohne Elektroden für den Hauptentladungsstrom zu sein (Gitter, Sonden, Metallwände usf.). Insbesondere an isolierten Metallflächen muß in diesem Fall mit Aufladungen meist negativen Vorzeichens gerechnet werden, wodurch rückwirkend der weitere Trägerstrom gesteuert wird. Diese Erscheinung tritt vorwiegend in technischen Entladungsröhren auf.
b) Isolierende Wände als Grenzfläche: Gelangt ein Träger auf eine isolierende Fläche (Gefäßwand), so wird er durch elektrische Kräfte (Polarisation) festgehalten, bis ein Träger entgegengesetzten Vorzeichens am gleichen Ort zur Neutralisation eintrifft. Die Wand leitet die Rekombinationsenergie ab und bildet infolge dieser energetischen Wechselwirkung den dritten Stoßpartner (Dreierstoß). Sie wirkt gewissermaßen als „Katalysator" für die Rekombination. Auch im Gas schwebender Staub oder Nebel wirkt in ähnlicher Weise als Rekombinationszentrum für die Ionen. Befindet sich jedoch das Aerosol in einer Ionenwolke einheitlichen Vorzeichens, so laden sich die Schwebeteilchen durch die auftreffenden Ionen unipolar auf. Das ist die Grundlage für die elektrische Gasreinigung (s.S. 679).

[74] Die Bewegung der Ladungsträger im Gas

1. Allgemeines: Sämtlichen Betrachtungen über die Bewegungsgesetze von Ladungsträgern in Gasen liegt die unter [55] behandelte kinetische Gastheorie zugrunde. Die Träger stellen eine Beimischung oder Verunreinigung des Grundgases dar, die sich grundsätzlich durch ihre Ladung von den Gasmolekeln unterscheidet und somit im Stande ist, der Kraftwirkung elektrischer und magnetischer Felder zu folgen. Im feldfreien Zustand wirkt sich dieser Unterschied natürlich nicht aus. Es liegt dann ein Gemisch zweier verschiedener Gase vor, die sich insbesondere nur im Molekulargewicht (Elektron!) unterscheiden.
2. Gleichverteilungssatz der kinetischen Energie: Im feldfreien Zustand, der praktisch in abklingenden Entladungen, in der Ionosphäre oder in hocherhitzten Gasen (Flammen, Sternatmosphäre) realisiert ist, sind die mittleren kinetischen Energien der Teilchen eines Gasgemisches einander gleich, und es gilt

$$\frac{m_1}{2} v_1^2 = \frac{m_2}{2} v_2^2 = \ldots . \frac{m}{2} v^2 = \frac{3}{2} k T \qquad (730)$$

Diese Gleichverteilung der kinetischen Energie ist thermodynamisch begründet. Die einzelnen Gemischkomponenten sind durch die Indizes gekennzeichnet. Je kleiner also die Masse m eines Teilchens ist, um so größer ist seine Geschwindigkeit v. Bei Elektronen treten folglich die größten Geschwindigkeiten auf. Sie sind beispielsweise ca. 43 mal größer als die Geschwindigkeiten der positiven H-Ionen oder der neutralen H-Atome.

3. Grundsätzliches über die Streuung der Trägerbahnen im Gas:
Im Hochvakuum lassen sich die Trägerbahnen bei bekanntem Feldverlauf ($\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{L}$) und bekannten Anfangsbedingungen (Ort und Geschwindigkeit der Elektronen) grundsätzlich bestimmen und eindeutig berechnen. Im Gas unterliegen die Ladungsträger dagegen den Grundsätzen der kinetischen Gastheorie, d.h., die Bahnen der von einem bestimmten Punkt ausgehenden Teilchen werden statistisch gestreut. Auch bei vollkommen gleichartigen Anfangsbedingungen sind deshalb die Bahnen mehrerer Ladungsträger im Gas nicht miteinander identisch. Insbesondere treffen die Träger bei vorliegenden Abbildungsfeldern nicht auf einen Punkt [1], sondern bilden ein Streuscheibchen, dessen Radius um so größer ist, je größer die Anzahl der Zusammenstöße mit Gasmolekeln längs der Bahn wird. Streng genommen kommt danach einem jeden Punkt des Raumes eine gewisse, von Null verschiedene Wahrscheinlichkeit zu, der Aufenthaltsort der Träger zu sein.
Ist die Träger- bzw. Stromdichte groß genug, so erfolgt die Streuung nicht allein durch molekulare Stöße, sondern man muß dann auch die Stöße der Träger aufeinander, also die durch Coulombsche Anziehungs- oder Abstoßungskräfte gegebenen Umlenkungen mit berücksichtigen. Solche Überlegungen sind für das „Plasma" typisch (S. 659).

4. Wirkungsquerschnitt von Gasmolekeln gegenüber Ladungsträgern

a) Mittlere freie Weglänge und Wirkungsquerschnitt: Auf S.449 wurde bemerkt, daß beim Stoß geladener Teilchen auf Molekel wegen der weit reichenden Kräfte eine freie Weglänge bzw. ein Wirkungs-

1) Z.B. Leuchtfleck der Braunschen Röhre bei richtiger Fokussierung.

querschnitt nicht mehr zu definieren ist. Streng genommen würde sich nämlich $\lambda = 0$ bzw. wegen

$$Q_o = \frac{1}{\lambda n} \qquad (731)$$

$Q_o = \infty$ ergeben, zum mindesten, wenn die Wechselwirkung der stossenden Teilchen klassisch betrachtet wird. Geht man aber von der Wellenvorstellung aus und faßt den Stoß zweier Teilchen als Beugung von Materiewellen auf, so gelangt man wiederum zu definierten Werten für λ und Q_o, die dann auch von der Präzision der Meßmethodik nicht mehr abhängen.

b) Messung des Wirkungsquerschnittes Q_o gegenüber freien Elektronen:

Da die Anzahl geladener Teilchen sehr genau durch Messung elektrischer Ströme erfaßt werden kann, sind die Q_o-Messungen erheblich genauer als mit neutralen Gasmolekeln durchzuführen. Das Meßverfahren folgt aus der Definition des Wirkungsquerschnittes als der maßgebenden Größe für jegliche Impulsänderung.

α) Prinzip: Von insgesamt N_o Elektronen, die als ausgeblendeter Parallelstrahl bekannter Geschwindigkeit in einen Gasraum eintreten, ist nach durchlaufener Strecke x nur noch ein Anteil $N(x) < N_o$ vorhanden. Alle anderen Elektronen sind durch Zusammenstöße aus ihrer ursprünglich parallelen Bahn abgelenkt und scheiden aus der Messung aus. Gemäß (568b) gilt aber

$$\frac{N}{N_o} = e^{-x/\lambda} \quad ,$$

woraus sich die freie Weglänge λ und über diese der Wirkungsquerschnitt berechnen lassen.

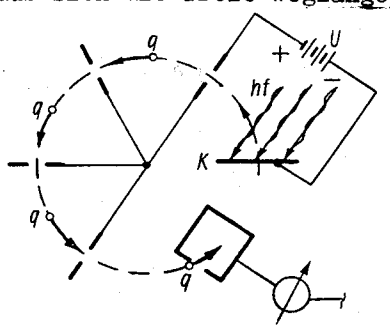

Bild 347
Anordnung zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes lichtelektrisch ausgelöster Elektronen nach Ramsauer (Lichteintritt in Pfeilrichtung, Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene)

Bei geradliniger Bewegung der Elektronen wird die Messung allerdings ungenau, da auch die

Elektronen gemessen werden, die beim Stoß wohl eine Impulsänderung erlitten, aber dabei ihre Flugrichtung unwesentlich oder gar nicht geändert haben. Dieser Fehler läßt sich jedoch durch eine gleichzeitige Fokussierung der Elektronengeschwindigkeiten vermeiden. Krümmt man nämlich die ganze Trägerbahn im magnetischen Feld zu einem Kreis, so scheiden aus der durch Blenden abgesteckten Sollbahn auch alle die Elektronen aus, die nur eine Betragsänderung des Impulses (Geschwindigkeitsänderung) erfahren haben. Eine geeignete, von Ramsauer angegebene Anordnung zeigt schematisch Bild 347.

β) Ergebnisse: Ramsauer und Mitarbeiter haben eine Reihe von Gasen und Dämpfen in der geschilderten Weise mit Elektronen abgetastet und nachgewiesen, daß

> die freie Weglänge und somit auch der Wirkungsquerschnitt von Gasmolekeln gegenüber Elektronen von der Elektronengeschwindigkeit (Spannung U) abhängt.

Im allgemeinen steigt dabei die freie Weglänge λ mit wachsender Geschwindigkeit der Elektronen (Steifigkeit) an, während der Wirkungsquerschnitt im reziproken Verhältnis abnimmt. Dieser Verlauf entspricht grob gesehen der Temperaturabhängigkeit $\lambda(T)$ nach Gl. (576). Nur bei kleinen Geschwindigkeiten oder Spannungen ($U < 10$ V) treten bei einigen Gasen, insbesondere den Edelgasen, beträchtliche Anomalien auf.

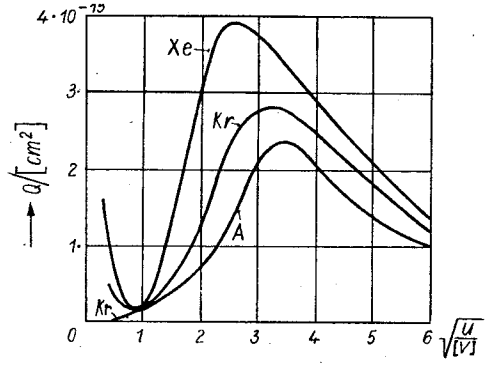

Bild 348
Wirkungsquerschnitte von Edelgasen gegenüber langsamen Elektronen

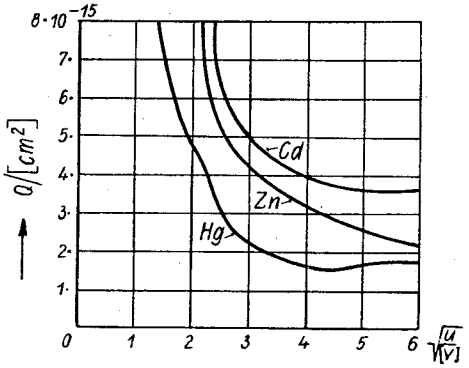

Bild 349
Wirkungsquerschnitte von Metallatomen gegenüber langsamen Elektronen

Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes von der Geschwindigkeit zeigt in Edelgasen Bild 348, in Metalldämpfen Bild 349.

Man erkennt, daß alle chemisch einander nahestehenden Elemente ähnlichen Verlauf der Q(U)-Kurven haben. Auffällig ist die große Verminderung des Wirkungsquerschnittes in gewissen Edelgasen (A,Xe,Kr) bei geringen Elektronenenergien von 0,5 bis 1 V, also die große Durchlässigkeit dieser Atome gegenüber langsamen Elektronen. Hierfür gibt allein die Wellenmechanik eine Erklärung: Die Wellenlänge der Elektronen des bezeichneten Geschwindigkeitsbereiches berechnet sich nach De Broglie zu

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2q\,m\,U}} = \frac{1{,}225 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{U}}\,[m] = 1{,}225\ nm \quad (\text{für } 1\ V)$$

Danach ist also die Wellenlänge etwa um das 10fache größer als der Atomdurchmesser, der bekanntlich nach einigen 10^{-10}m zählt. Betrachten wir die Wechselwirkung dieser Elektronenwellen mit dem Kraftfeld des Atoms, so muß mit ausgeprägten Beugungserscheinungen gerechnet werden. Diese Beugungserscheinungen verursachen dann tatsächlich die beobachteten Resonanzeffekte.
Bei zunehmender Elektronengeschwindigkeit wird die Wellenlänge nach obiger Gleichung immer kleiner und unterschreitet schließlich die linearen Abmessungen der Atome. Beugungseffekte treten dann immer mehr zurück, und die Zerstreuung der Teilchen kann angenähert klassisch behandelt werden. Dies entspricht aber dem Verlauf der Q(U)-Kurven für große Energiewerte, wobei sich der Wirkungsquerschnitt stets abnehmend dem klassischen Wert annähert.

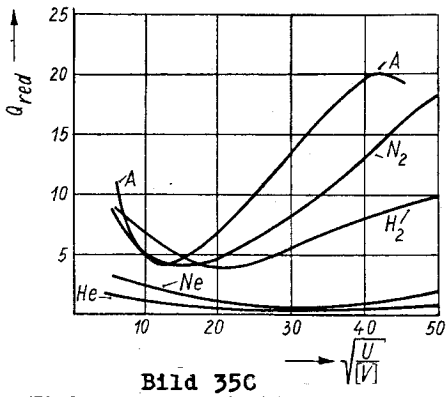

Bild 350
Wirkungsquerschnitt von Gasmolekeln gegenüber Protonen

Auch an positiven Ionen sind Messungen des Wirkungsquerschnittes durchgeführt worden. Sie erfordern allerdings ein erhöhtes Maß an Präzision, damit auch die kleinsten Streuungswinkel noch sicher erfaßt werden. Für das in seinem Bau einfachste Ion H^+ (Proton) liegen eine Reihe von Meßergebnissen

vor, die in Bild 350 dargestellt sind. Auch hier treten ähnliche Anomalien bei Geschwindigkeiten von etwa 200 V zutage. Allerdings sollte man zunächst bei positiven Ionen wegen der in diesem Spannungsbereich kleineren Wellenlänge keine Beugungserscheinungen, sondern ein mehr klassisches Verhalten der Gasatome gegenüber Ionen erwarten, da die Ionenwellenlänge sehr viel kleiner als der Atomdurchmesser ist. Diese Verhältnisse liegen tatsächlich auch bei kleineren Energiewerten vor, denn der Wirkungsquerschnitt nimmt mit steigender Geschwindigkeit (Bahnsteifigkeit) ab. Der bei $U \approx 200$ V beginnende Anstieg, der wahrscheinlich über ein Maximum geht, ist als Folge von einsetzenden unelastischen Stößen mit hoher Ausbeute anzusehen.

Die Wechselwirkung zwischen einem geladenen (Punktladung!) und einem ungeladenen Teilchen kommt durch Polarisation des letzteren im Felde des ersteren zustande: Das so erzeugte elektrische Dipolmoment der Molekel ist der Feldstärke proportional (s.S.157), nimmt daher wie diese mit $1/r^2$ ab, wenn r der Abstand beider Teilchen ist. Anderseits ist die zwischen Dipol und Punktladung wirkende Kraft mit $1/r^3$ proportional, so daß also insgesamt das Abstandsgesetz

$$\text{Kraft} \sim 1/r^5$$

resultiert. Die Kraftwirkung beschränkt sich also in der Regel nur auf sehr geringe Abstände der Teilchen voneinander. Wegen dieses steilen Kraftverlaufes bezüglich r kann man in erster Näherung noch mit dem Modell harter, elastischer Kugeln rechnen, aufgrund dessen sich beispielsweise für Elektronen eine $4 \cdot \sqrt{2} = 5{,}66$ mal so große freie Weglänge ergibt wie für neutrale Molekeln (vgl. S. 446).

5. Wirkungsquerschnitt von Ladungsträgern gegeneinander

a) Kleine Trägerdichten: Bei nicht zu großen Trägerdichten brauchen nur Einzelstöße zweier Träger gegeneinander berücksichtigt zu werden. Zwei im Abstande r befindliche Punktladungen (Ionen oder Elektronen) unterliegen der bekannten Coulombkraft

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \varepsilon_0 r^2} ,$$

die mit $1/r^2$ abnimmt. Sie reicht demnach weit in den Raum hinaus, jedenfalls weiter als die zwischen einem geladenen und einem

neutralen Teilchen wirkende Kraft, für die wir vorstehend das Potenzgesetz

$$F \sim 1/r^5$$

abgeleitet haben. Das hat zur Folge, daß die Teilchenbahnen ähnlich den Bahnen zweier einander begegnender Himmelskörper sind, die ja mit Gravitationskräften aufeinander wirken, die ebenfalls mit $1/r^2$ gehen. Geradlinige Bahnstücke existieren streng genommen und auch in erster Näherung überhaupt nicht, und das Modell harter, elastischer Kugeln sowie die Konzeption einer "freien Weglänge" ist unreal (vgl. dazu auch S. 449).

b) Große Trägerdichten: Ist die Trägerdichte sehr groß, wie z.B. in stromstarken Plasmen, so schwebt ein jeder Träger gleichzeitig im Kraftfeld sehr vieler benachbarter Punktladungen, so daß seine Bahn außerordentlich verwickelt ist, zumal wenn man berücksichtigt, daß sich auch die übrigen Träger in dauernder Bewegung befinden, so daß das Feld an einem Raumpunkt nach Richtung und Betrag dauernd statistisch unregelmäßig schwankt. Dieses schwankende Feld heißt Mikrofeld. Würde man nach den üblichen Methoden den Wirkungsquerschnitt Q_o für einen Träger berechnen, so käme man auf den Wert unendlich, d.h., die mittlere freie Weglänge wäre formal null. Berücksichtigt man jedoch die Tatsache, daß in einem solchen dichten Plasma wie in einem starken Elektrolyten die Trägerverteilung nicht homogen ist, sondern sich z.B. in der Nähe eines positiven Teilchens die negativen bevorzugt ansammeln, so ergibt sich wegen der dadurch hervorgerufenen Abschirmung des elektrischen Feldes ein weit steilerer Abfall desselben als nur mit der 2. Potenz von r. Damit folgt dann aber wieder ein von Null verschiedener Wert für die mittlere freie Weglänge der Träger, der sich angenähert berechnen läßt.

Das Mikrofeld vermittelt einen sehr engen Wärmekontakt der Träger untereinander. Es verhindert somit das Zustandekommen von örtlichen Unterschieden der Trägertemperatur bzw. Trägerenergie, wenn wir die Temperatur wie bei der kinetischen Gastheorie als Maß für die mittlere kinetische Energie der Teilchen bewerten. Es veranlaßt ferner die Aufrechterhaltung einer bestimmten Geschwindigkeitsverteilung gegenüber Störungen. Es läßt sich zeigen, daß diese Geschwindigkeitsverteilung der Maxwellverteilung entspricht.

6. Die Beweglichkeit

a) Grundbegriffe: Werden die in einem Gas befindlichen Ladungsträger einem elektrischen Feld ausgesetzt, so überlagert sich der

räumlich isotropen Schwirrbewegung eine gerichtete Trägerströmung parallel zu den Kraftlinien des elektrischen Feldes. Nach Einstellung des Gleichgewichtszustandes besitzen die Träger eine von der Feldstärke $\mathfrak{E}$ abhängige, geordnete Geschwindigkeit $\mathfrak{w}$. In sehr vielen Fällen (z.B. bei Atom- oder Molekülionen und bei hohen Gasdrucken) ist diese Driftgeschwindigkeit der Feldstärke proportional. Man kann also schreiben

$$\mathfrak{w} = b \cdot \mathfrak{E} \tag{732}$$

Den Proportionalitätsfaktor b nennen wir Beweglichkeit. Wir wollen diesen Begriff auch dann noch festhalten, wenn die Geschwindigkeit u nicht mehr proportional mit E ansteigt (wie z.B. bei freien Elektronen), wenn b also noch von E abhängt.
Die Ladungsträger bewegen sich gewissermaßen in einem reibenden Medium, das mit einer, der Geschwindigkeit u proportionalen Reibungskraft auf sie wirkt. Im stationären (eingelaufenen) Zustand muß die Feldkraft $P_{el} = qE$ dieser Reibungskraft das Gleichgewicht halten, und es gilt

$$qE = \varrho u = \varrho b E$$

Hieraus berechnet sich der Reibungskoeffizient zu

$$\varrho = \frac{q}{b} \tag{733}$$

Die zwischen Ladungsträger und Gasmolekel ausgeübten Reibungskräfte bewirken eine Impulsübertragung vom Träger auf das Gas. Sie sind die Ursache für das Zustandekommen des sogenannten elektrischen Windes. Das ist eine in Richtung der Trägerströmung verlaufende Gasströmung, die bei hinreichender Feldstärke und Stromdichte (z.B. an sprühenden Spitzen und Kanten) leicht beobachtet werden kann.

b) Messung der Beweglichkeit:

α) Verfahren nach Zeleny: Das Gas strömt laminar (kleine Geschwindigkeiten) mit bekannter Geschwindigkeit v_g durch einen Meßkondensator AB (Bild 351), zwischen dessen Platten ein homogenes Feld E besteht. An der Stelle P werden durch α- oder Röntgenstrahlen Ionen gebildet. Diese werden sowohl von der Gasströmung als auch durch das elektrische Feld erfaßt, und zwar in zwei aufeinander senkrecht stehenden Richtungen. Die beiden Geschwindigkeiten v_g und bE setzen sich zu einer resultierenden Geschwindigkeit zusam-

men, deren Richtung mit der des elektrischen Feldes den Winkel

$$\delta = \text{arc tang } \frac{v_g}{bE} \qquad (734)$$

einschließt. Besteht nun die untere Platte B des Meßkondensators aus zwei voneinander isolierten Teilen B_1 und B_2, so wird B_2 solange keinen Strom aufnehmen, als δ noch kleiner ist als ein aus den Abmessungen des Kondensators folgender Wert. Erst bei dessen Überschreitung steigt plötzlich der auf B_2 fallende Strom schnell an. Um diesen Punkt zu erreichen, kann man entweder das Feld schwächen oder die Gasgeschwindigkeit erhöhen. Beides wirkt im Sinne einer Vergrößerung des Winkels δ und ist zur Messung der Beweglichkeit brauchbar.

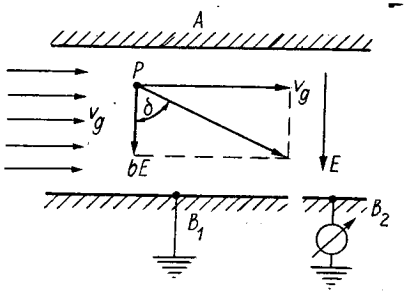

Bild 351
Grundsätzliches Verfahren zur Beweglichkeitsmessung nach Zeleny

β) Wechselfeldmethode nach Rutherford und Franck: An den Platten eines Meßkondensators liegt ein zeitlich sinusförmig bzw. rechteckig verlaufendes Wechselfeld. An der unteren geerdeten Platte (Bild 352) werden durch UV-Bestrahlung Fotoelektronen ausgelöst, die sich durch Anlagerung (vgl. [72] 1.) rasch in negative Ionen umwandeln. Da diese Ionen nur in der negativen Halbwelle von der unteren zur oberen Platte getrieben werden, erreichen sie jeweils nur eine bestimmte, von ihrer Beweglichkeit, der Feldstärke und der angewandten Frequenz abhängige Stelle zwischen den Platten. Durch Erhöhung des Feldes oder Erniedrigung der Wechselzahl wird nun der Punkt aufgesucht, an dem die obere Kondensatorplatte erstmalig einen Gleichstrom aufnimmt, die erwähnte Umkehrstelle also in der oberen Plattenebene liegt. In

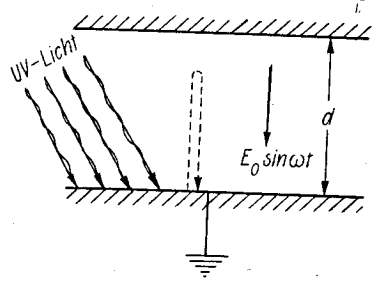

Bild 352
Wechselfeldmethode nach Rutherford und Franck (schematisch)

diesem Fall muß beispielsweise bei rechteckig verlaufender Wechselspannung zwischen Beweglichkeit b, Plattenabstand d, Feldstärke E und Frequenz f die Beziehung

$$d = \frac{bE}{2f} = bE\,\frac{T}{2} \qquad (735)$$

bestehen, woraus sich b ermitteln läßt.

Um diese Methode auch für positive Ionen verwendbar zu machen, muß das Gas dicht vor der unteren Platte beispielsweise durch ein radioaktives Präparat ionisiert werden. Durch ein über der Platte befindliches Gitter werden die Ionen des gewünschten Vorzeichens in den eigentlichen Meßraum befördert.

γ) Fizeausche Zahnradmethode: Diese auf die Messung der Lichtgeschwindigkeit zurückführende Methode wurde von La Porte, Tyndall, Loeb u.a. zur Messung der Ionenbeweglichkeit verwendet: Auf einer gemeinsamen Achse drehen sich im gegenseitigen Abstand d zwei mit äquidistanten Öffnungen versehene Scheiben (Bild 353). Längs der ganzen Strecke d wird unter Zuhilfenahme von ringförmigen Zwischenelektroden ein konstantes Feld E aufrechterhalten. Werden nun Ionen durch dieses System hindurchgeschickt, so gelangen sie nur dann durch beide Lochscheiben hindurch, wenn die zum Durcheilen der Strecke d gebrauchte Zeit

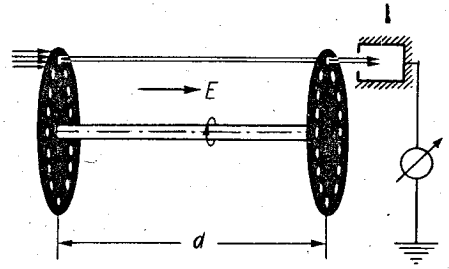

Bild 353
Fizeausche Zahnradmethode zur Beweglichkeitsmessung

$$\tau = \frac{d}{bE}$$

ein ganzes Vielfaches derjenigen Zeit ist, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchlässen der Lochscheiben liegt. Nimmt man also die Menge der durchfließenden Ionen als Funktion des Abstandes d oder der Umdrehungsfrequenz der Scheiben oder auch der Feldstärke auf, so ergibt sich in allen drei Fällen ein periodischer Verlauf, aus dem sich b errechnen läßt.

Es liegt nahe, die rotierenden Lochscheiben durch feststehende Doppelgitter zu ersetzen. An diese Doppelgitter wird eine hochfrequente Wechselspannung so angelegt, daß den Trägern stets nur

während eines kleinen Bruchteiles der Periode der Durchtritt gestattet wird. Ein weiterer Schritt führt zum Loebschen Elektronenfilter, dessen Wirkungsweise bereits bekannt ist (Seite 619). Mit Hilfe dieser Vorrichtung ist auch eine genaue Messung der Beweglichkeit freier Elektronen möglich.

7. Elementare Theorie der Ionenbeweglichkeit: Auf Grund einfacher Überlegungen läßt sich ein Ausdruck ableiten, der die Beweglichkeit b einer beliebigen Trägersorte mit der mittleren freien Weglänge λ und dem Mittelwert der thermischen Geschwindigkeit v verbindet: Jeder Träger legt im Mittel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstößen die gleiche Strecke λ zurück, wozu er die Zeit

$$\Delta\tau = \frac{\lambda}{v} \tag{736}$$

benötigt. In derselben Zeit bewegt er sich jedoch nicht kräftefrei auf geradliniger Bahn. Vielmehr durchfliegt er unter dem Einfluß des äußeren elektrischen Feldes einen flachen Parabelbogen mit dem Ergebnis, daß er nach Beendigung dieses Freifluges um ein kleines Stück Δs in Richtung der elektrischen Kraft gefallen ist. Dabei ist die Anfangsrichtung gleichgültig. Im Mittel verschiebt sich der Schwerpunkt einer beliebig herausgegriffenen Trägermenge in der Zeit $\Delta\tau$ um das Stück Δs parallel zur Feldrichtung, d.h., die Träger wandern mit der Geschwindigkeit

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta \tau}$$

Die Fallstrecke Δs in der Zeit $\Delta\tau$ ist gegeben durch

$$\Delta s = \frac{1}{2} a \Delta\tau^2 ,$$

wobei a die Beschleunigung qE/m bedeutet. Hiermit wird dann endlich

$$u = \frac{\Delta s}{\Delta \tau} = \frac{1}{2} \frac{q E \lambda}{mv} = bE , \tag{737}$$

woraus sich für die Beweglichkeit ergibt

$$b = \frac{1}{2} \frac{q \lambda}{m v} \tag{738a}$$

Diese Formel läßt sich noch etwas vervollkommnen, wenn man die statistische Verteilung der freien Weglänge berücksichtigt. Bemerkenswerterweise ändert sich dadurch aber nur der Zahlenfaktor. Es gilt

$$b = 1{,}15 \frac{q \lambda}{m v} , \tag{738b}$$

wobei λ die mittlere freie Weglänge und v den Mittelwert der thermischen Geschwindigkeit des Trägers der Masse m bedeuten.

Für freie Elektronen gelten die gleichen Überlegungen, nur tritt hier wegen ihrer kleinen Masse anstelle von 1,15 der Faktor 0,75.

Da die freie Weglänge der Gasdichte umgekehrt proportional ist, besteht nach Gl. (738) auch zwischen der Beweglichkeit und dem Kehrwert der Dichte Proportionalität. Bei konstanter Gastemperatur muß folglich

$$b = \frac{b_o}{p} \tag{739}$$

gelten, was Messungen mit den unter 6.b genannten Verfahren auch bestätigten. Damit können wir aber für die Driftgeschwindigkeit u (737) auch schreiben

$$u = b_o \frac{E}{p} \quad , \tag{740}$$

wenn b_o die Beweglichkeit der Träger beim Druck von 1 Torr und die Gastemperatur voraussetzungsgemäß konstant ist. Die Driftgeschwindigkeit u ist also eine reine Funktion von E/p.
Wenn man Meßergebnisse so umrechnet, daß sich u als Funktion von E/p ergibt, können sämtliche Ergebnisse durch eine einzige Kurve dargestellt werden.
Fast alle Messungen der Ionenbeweglichkeit zeigen, daß die Beweglichkeit von positiven Ionen kleiner als die von negativen Ionen, also

$$b^+ < b^-$$

ist. Man deutet diese Erscheinung wie folgt: Die negativen Ionen sind keine stabilen Gebilde, sondern unterliegen einem dauernden Wechsel insofern, als sie das zusätzliche Elektron gelegentlich verlieren können. Die negativen Träger sind also während eines bestimmten Bruchteiles ihrer Lebensdauer freie Elektronen, die nach (737) wegen ihrer geringen Masse eine sehr viel größere Driftgeschwindigkeit haben. Gemessen wird stets ein Mittelwert über diese Schwankungen. Dieser muß natürlich größer sein als bei positiven Ionen, die bekanntlich stabile Gebilde mit konstanter Masse darstellen. Des weiteren können sich an positive Ionen mit größerer Wahrscheinlichkeit als an negative Ionen neutrale Molekel anlagern, so daß die effektive Masse dieser Ionen größer und folg-

lich ihre Beweglichkeit kleiner wird.
Einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die Messung der Ionenbeweglichkeit hat die von Erikson entdeckte Erscheinung des Alterns von Ionen. Man versteht darunter die zeitliche Abnahme der Beweglichkeit unmittelbar nach der Erzeugung der zur Messung dienenden Ladungsträger, vornehmlich der positiven Ionen. Loeb fand z.B., daß Na^+-Ionen in Wasserstoff nacheinander drei Beweglichkeitswerte annehmen. Ausgehend von $b = 17{,}5\ cm^2/Vs$ (bei 760 Torr) unmittelbar nach der Entstehung des Ions über $b = 13{,}5\ cm^2/Vs$ nach etwa 10^{-4} s wird schließlich nach etwa 10^{-3}s der als stabil zu bezeichnende Wert $b = 8{,}4\ cm^2/Vs$ erreicht. Auch diese Erscheinung wird durch Anlagerung von Molekeln an Ladungsträger gedeutet, die hier in deutlich erkennbaren Stufen vor sich geht.
Die Anlagerung und namentlich die Umladung von Ionen sind auch die Ursache für die große Empfindlichkeit der Meßergebnisse gegenüber geringen Gasverunreinigungen. Die Stoßzahl der Ionen ist sehr groß, sie beträgt beispielsweise bei 760 Torr $\nu = \frac{v}{\lambda} = 10^9$ Stöße je Ion und Sekunde. Ist also eine Verunreinigung der relativen Konzentration 10^{-6} vorhanden, so erfolgt im Mittel nach 10^{-3} s ein Zusammenstoß zwischen einem Ion und einer Molekel der Verunreinigung. Wenn es sich um Umladungen oder Anlagerungen mit meist hoher Wahrscheinlichkeit handelt, sind also nach Ablauf dieser Zeitspanne praktisch keine Ionen der primär vorhandenen Art mehr da, sondern eine ganz neue im allgemeinen auch unbekannte Ionenart erscheint. Dies trifft besonders auf Ionen mit großer Ionisierungsspannung zu: Ein positives Heliumion kann beispielsweise beim Zusammenstoß mit einem Atom oder einer Molekel A einer Verunreinigung diese ionisieren und sich selbst dabei durch Aufnahme des frei werdenden Elektrons nach dem Schema

$$He^+ + A \longrightarrow A^+ + He$$

neutralisieren. Da dieser Prozeß aus energetischen Gründen nicht umkehrbar ist, werden so binnen kurzem alle He-Ionen in Ionen der Verunreinigungen überführt, womit sich natürlich auch die beobachtete Beweglichkeit ändert.
Die Angabe der Absolutwerte für die Beweglichkeit kann sich aus oben angegebenen Gründen nur auf die allerneuesten Untersuchungen stützen, die unter Beachtung aller notwendigen Vorsichtsmaßregeln

durchgeführt wurden. Wir geben ohne Anspruch auf Vollständigkeit in der folgenden Zahlentafel eine kleine Zusammenstellung von Werten der Beweglichkeit positiver und negativer Ionen bezogen auf 760 Torr und 0°C, um eine größenordnungsmäßige Vorstellung zu vermitteln:

Gas	b^+	b^-
	$\left[cm^2/Vs\right]$	$\left[cm^2/Vs\right]$
Luft	1,46	2,04
Sauerstoff	1,58	2,18
Stickstoff	2,09	-
Wasserstoff	8,20	-
Helium	21,40	-

Bei den drei letzten Gasen dieser Zahlentafel fehlen die Werte für b^-, da sich in diesen Gasen negative Ionen in meßbarer Menge nicht bilden. Das ist gewissermaßen ein Beweis für die Reinheit der verwendeten Gase.

8. Die Beweglichkeit freier Elektronen: Zur Messung der Beweglichkeit freier Elektronen ist von den oben genannten Verfahren die Loebsche Methode des Elektronenfilters besonders geeignet. Man hat damit sehr genaue Messungen der Elektronenbeweglichkeit ausgeführt, deren Ergebnisse Bild 354 zeigt.

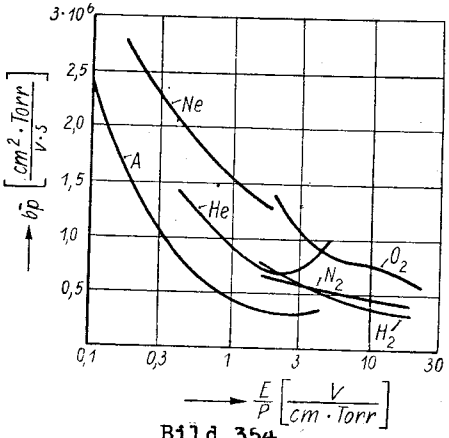

Bild 354
Beweglichkeit freier Elektronen

Die Beweglichkeitskurven zeigen eine deutliche Abhängigkeit von der Feldstärke E, und zwar nimmt b^- mit wachsendem E ab. Die Ursache dafür liegt im Anstieg der thermischen Geschwindigkeit v, also der Elektronentemperatur mit wachsender Feldstärke E (Umsetzung

von Feldenergie in Wärmeenergie!). Als weitere, gleichzeitig wirksame Ursache kommt auch die Abhängigkeit der freien Weglänge λ von der Geschwindigkeit v (Ramsauer-Effekt) in Betracht.
Es sei hier nur kurz darauf hingewiesen, daß auch die Ionenbeweglichkeit, wenigstens bei höheren Feldstärken E, einen grundsätzlich ähnlichen Verlauf hat. Messungen neueren Datums konnten dies bestätigen. Danach zeigen beispielsweise positive Edelgasionen nur bei kleinen Feldstärken ($E/p < 10 \ldots 20$ V/cm Torr) konstante b-Werte. Darüber hinaus fällt b proportional mit $\sqrt{E/p}$ ab.
Auch hier nimmt man wieder an, daß sich die Ionentemperatur infolge der Energieaufnahme aus dem elektrischen Feld erhöht.
9. Grundsätzliche Zusammenhänge zwischen Trägertemperatur, Drift, Beweglichkeit und Feldstärke: Nach den zum Teil schon unter 7. und 8. gesammelten Erfahrungen sind drei Bereiche für E/p zu unterscheiden, in denen sich geordnete (Driftgeschwindigkeit u) und ungeordnete (thermische Geschwindigkeit v) Geschwindigkeit [1] und damit die Beweglichkeit b bei konstantem Druck p in grundsätzlich verschiedener Weise mit der Feldstärke E ändert (Bild 355).

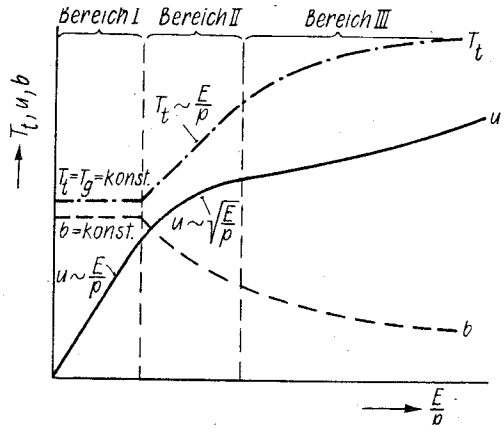

Bild 355
Driftgeschwindigkeit u, Trägertemperatur T_t und Beweglichkeit b in Abhängigkeit von der Feldstärke (schematisch)

Bereich I: Für kleine E/p-Werte ist die Energieaufnahme der Träger aus dem elektrischen Feld vernachlässigbar klein. Ihre Temperatur T_t ist gleich der Gastemperatur (thermisches Gleichgewicht) und die Beweglichkeit b daher konstant. Die Driftgeschwindigkeit u steigt proportional mit E/p an.
Bereich II: Die Aufheizung der Ionen bzw. Elektronen wird merkbar, v^2 und damit die Trägertemperatur T_t steigen mit E/p proportional an. Nach Gl. (737) gilt dann für die Driftgeschwindigkeit $u \sim \sqrt{E/p}$.

1) Letztere wird durch die Trägertemperatur T_t gemessen.

Die Zusammenstöße erfolgen in diesem Bereich noch rein elastisch, d.h., von den Trägern wird noch keine Anregungsenergie auf die Gasatome übertragen.

Bereich III: Die Feldstärke E ist so hoch, daß die in einer freien Weglänge gewonnene Energie des Trägers zur Anregung von Gasatomen ausreicht. Die Trägertemperatur steigt deswegen nicht mehr proportional mit E/p an, sondern infolge des vermehrten Energieentzuges durch unelastische Stöße langsamer. Die Driftgeschwindigkeit u steigt daher wieder etwas schneller als mit der Wurzel aus E/p an.

Bei positiven Ionen lassen sich nur die Bereiche I und II experimentell gut realisieren. Ihre Grenze liegt bei etwa
E/p = 10 V/cm Torr. Sie stimmt durchaus mit den oben erwähnten Messungen in Edelgasen überein.

Bei freien Elektronen ist dagegen praktisch nur der Bereich III realisierbar, da sie schon bei geringen E/p-Werten das Gas anregen können. Übereinstimmend mit Bild 354 nehmen deshalb die Beweglichkeiten mit zunehmendem E/p ab, und zwar langsamer als es dem Wurzelgesetz entspricht.

Da die Grenzen der drei E/p-Bereiche von Fall zu Fall veränderlich sind, namentlich aber für freie Elektronen vollkommen anders liegen als für Ionen, wurde von einer Bezifferung der Koordinaten in Bild 355 abgesehen.

10. Die Langevinsche Formel: Die oben entwickelte Formel (738) für die Beweglichkeit läßt sich nur unbefriedigend mit Messungen vergleichen, da die eingehenden Größen, insbesondere die freie Weglänge λ, nur ungenau bekannt sind.

Es sind daher noch weitere Formeln für die Beweglichkeit aufgestellt worden. Eine der wichtigsten ist die Formel von Langevin. Sie lautet

$$b^+ = 0{,}235 \sqrt{\frac{\mu_g + \mu_t}{\mu_g \mu_t}} \; \frac{1}{\sqrt{\varepsilon - 1}} \; \frac{760}{p} \left[\frac{cm^2}{Vs}\right] \qquad (741)$$

und enthält außer der Dielektrizitätskonstanten ε des Gases nur noch die Molekulargewichte μ_g und μ_t des Gases und der Träger. Für arteigene Träger gilt natürlich $\mu_t = \mu_g$. Die Dielektrizitätskonstante ε taucht deshalb in Gl. (741) auf, weil die zwischen Träger und neutraler Molekel wirkenden Kräfte elektrischer Natur

sind und durch die Polarisation der Molekel im Felde des Ions hervorgerufen werden.
Die Formel (741) gibt die Beweglichkeit bei Zimmertemperatur an. Sie gilt jedoch nur im Bereich I (Bild 355), wo also die Trägertemperatur noch nicht wesentlich über die Gastemperatur hinausgeht. Sie stimmt bei leicht polarisierbaren Gasen (großes ε) gut, bei schwer polarisierbaren Gasen (z.B. He) jedoch schlechter mit der Erfahrung überein.

Bei der genaueren Berechnung der Beweglichkeit ist die Kenntnis der thermischen Geschwindigkeitsverteilung der Träger erforderlich. Diese weicht unter den der Messung zugrunde liegenden Verhältnissen beträchtlich von der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung ab. Die Ursachen hierfür sind einmal die Abhängigkeit der freien Weglängen von der Trägergeschwindigkeit (Ramsauereffekt), zum anderen unelastische Stöße mit Gasmolekeln. Ferner gewinnt in stark ionisierten Gasen das schon erwähnte Mikrofeld zunehmend an Einfluß auf die Trägerbahnen und damit auch auf die Beweglichkeiten.
11. Weitere, auf Trägergase anwendbare Grundbegriffe der kinetischen Gastheorie: Wir haben uns daran gewöhnt, die Träger als Beimischung oder Verunreinigung eines Gases aufzufassen, die sich von den Gasmolekeln jedoch grundsätzlich durch die elektrische Ladung unterscheidet. Eine Reihe von weiteren Begriffen der kinetischen Gastheorie lassen sich ohne Schwierigkeiten auch auf das Trägergas übertragen.
a) Partialdruck von Trägern: Die früher für den Gasdruck angegebene Formel (557)

$$p = n \, \mathcal{k} T \qquad (742)$$

sagt aus, daß der Druck eines Gases proportional sowohl seiner Dichte als auch seiner Temperatur ist. Daran ändert sich auch nichts, wenn wir ein Gasgemisch vor uns haben. Der nach außen in Erscheinung tretende Gasdruck ist in diesem Falle gleich der Summe der den einzelnen Komponenten zuzuschreibenden Partialdrucke (Daltonsches Gesetz). Auch den Ladungsträgern wird man daher einen Partialdruck gemäß (742) zuordnen müssen. Bei Ionen tritt jedoch dieser Trägerdruck selten in Erscheinung, da in den meisten Fällen

die Trägerdichte um viele Größenordnungen kleiner ist als die Dichte des neutralen Gases. Bei Elektronen jedoch kann sich in stromstarken Entladungen (z.B. im Lichtbogenplasma) der Partialdruck infolge der hohen Konzentration und namentlich der Temperatur der Elektronen bemerkbar machen.

b) Diffusion von Trägern: Die früher behandelten Gesetze für Diffusionsvorgänge gelten in gleicher Weise auch für geladene Teilchen. In einem Dichtegefälle fließt also gemäß (577) ein Teilchenstrom der Dichte

$$\mathfrak{Z} = - D \operatorname{grad} n \quad ,$$

der einen elektrischen Strom der Dichte $G = Zq$ zur Folge hat. Der Diffusionskoeffizient D ist gemäß (578) durch

$$D = \frac{v\lambda}{3} \tag{743}$$

gegeben. D ist also um so größer, je größer die thermische Geschwindigkeit v und die freie Weglänge λ sind.

Das Grundgas verhindert die Trägerdiffusion nicht, erschwert sie aber insofern, als die mittlere freie Weglänge λ der Träger und damit auch D verkleinert wird. Aus Gl. (743) und der Formel für die Trägerbeweglichkeit (738) [1] folgt eine wichtige Beziehung zwischen dem Diffusionskoeffizienten D und der Beweglichkeit b, nämlich

$$\frac{D}{b} = \frac{mv^2}{3q} \tag{744a}$$

Nach (555) gilt aber

$$\frac{m}{2} v^2 = \frac{3}{2} kT \quad ,$$

woraus sich mit obigem Ausdruck (744a) der Zusammenhang

$$\frac{D}{b} = \frac{kT}{q} \tag{744b}$$

ergibt (Einstein). Auf diese Beziehung, die natürlich für Ionen und Elektronen in gleicher Weise gilt, werden wir später noch häufig zurückgreifen. Da die in ihrer Größe unsichere mittlere freie Weglänge hierin nicht mehr auftritt, ist sie in der Praxis sehr verwendungsfähig.

In neuerer Zeit dient Gl. (744b) auch dazu, die Trägerbeweglich-

1) Der Zahlenfaktor wird hier gleich 1 gesetzt, ebenfalls ist der Unterschied zwischen Effektiv- und Mittelwert der Geschwindigkeit nicht berücksichtigt.

keit b aus Messungen des Diffusionskoeffizienten D zu bestimmen. D wird in abklingenden Entladungen mittels Mikrowellenabsorption genau genug gemessen. Da die Temperatur T ebenfalls bekannt ist, läßt sich die Trägerbeweglichkeit auf diese Weise berechnen.

Auf die Methoden zur Messung von D und auf die Ergebnisse derselben wollen wir hier jedoch nicht weiter eingehen, da die D-Werte der Träger selber keine große Rolle spielen.

c) Ambipolare Diffusion: In einem aus Trägern beider Vorzeichen bestehenden ursprünglich neutralen Trägergemisch wird wegen der voneinander verschiedenen Diffusionsgeschwindigkeiten der Trägerarten die Neutralität gestört. Es entstehen Raumladungen und damit auch elektrische Felder im Gas.

Die Folge davon ist, daß außer der in Richtung des Dichtegefälles wirkenden Diffusionskraft noch eine rein elektrische Kraft von der Größe $P_e = qE$ auf die Träger wirkt.

Wir betrachten das Feld E zunächst als gegeben und berechnen die Trägergeschwindigkeit im kombinierten Diffusions- und Kraftfeld. Die Diffusionsgeschwindigkeit u_D allein ergibt sich, wenn die Dichte des Diffusionsstromes nach (577) durch die Trägerdichte n dividiert wird. Für die x-Komponente der Diffusionsgeschwindigkeit ergibt sich also

$$u_D = \frac{Z}{n} = -\frac{D}{n}\frac{dn}{dx}\,, \tag{745}$$

während die x-Komponente der Feldgeschwindigkeit je nach Ladungsvorzeichen

$$u_F = \pm\, b\, E_x$$

ist. Die resultierende Geschwindigkeit in x-Richtung ist also für positive Ladungsträger

$$u^+ = -\frac{D^+}{n^+}\frac{dn^+}{dx} + b^+ E_x$$

und für negative

$$u^- = -\frac{D^-}{n^-}\frac{dn^-}{dx} - b^- E_x \tag{746}$$

In einem stromstarken Plasma ist nun aber die Trägerdichte beider Vorzeichen sehr angenähert gleichgroß. Bei großen Trägerdichten an sich würden geringe Abweichungen der beiden Dichtewerte voneinander große Raumladungen und daher auch elektrische Felder

entstehen lassen, die sofort einen Ausgleich der Trägerdichte bewirkten. Wir können in diesem Fall setzen

$$n^+ = n^- = n \tag{747}$$

Das ist der Ausdruck der sogenannten Quasineutralität. "Quasi" deswegen, weil doch noch geringe Abweichungen von der Neutralität angenommen werden müssen, um die Existenz von elektrischen Feldern im Diffusionsgefälle verständlich werden zu lassen.
Des weiteren wollen wir unsere Betrachtungen auf den praktisch einzig wichtigen Fall beschränken, daß die negativen Träger freie Elektronen sind. Das ist bei Entladungen in Edelgasen oder Metalldämpfen (Leuchtröhren, quecksilbergefüllte Gleichrichter, Natriumlampen u.a.) der Fall. Besteht in einem solchen Plasma ein Dichtegradient beispielsweise in der x-Richtung, so setzt zunächst ein Diffusionsstrom beider Trägerarten ein. Die Elektronen haben dabei aber einen größeren Diffusionskoeffizienten, da ihre Masse kleiner und ihre thermische Geschwindigkeit größer ist als bei Ionen. Sie diffundieren also voraus und erzeugen hinter sich ein Feld, das die Elektronen bremst und die nachfolgenden Ionen beschleunigt. Das Feld sorgt mithin für einen Ausgleich der Diffusionsgeschwindigkeit. Im stationären Zustand sind deshalb beide Geschwindigkeiten einander gleich,und es gilt

$$u^+ = u^- = u_a \tag{748}$$

Das hierzu erforderliche elektrische Feld stellt sich automatisch so ein, daß ein Ausgleich der Wandergeschwindigkeiten erfolgt.
Die Gleichungen (746) lauten also mit (747) und (748)

$$\left.\begin{aligned} u_a &= -\frac{D^+}{n}\frac{dn}{dx} + b^+E \\ u_a &= -\frac{D^-}{n}\frac{dn}{dx} - b^-E \end{aligned}\right\} \tag{749}$$

Eliminiert man die Feldstärke E, so ergibt sich

$$u_a(b^+ + b^-) = -\frac{1}{n}(D^+b^- + D^-b^+)\frac{dn}{dx} ,$$

und es wird schließlich

$$u_a = -\frac{D^+b^- + D^-b^+}{b^+ + b^-}\frac{1}{n}\frac{dn}{dx} \tag{750}$$

Diese Gleichung stimmt formal mit der obigen Gl. (745) überein, sofern anstelle des dortigen Diffusionskoeffizienten D der etwas kompliziertere Ausdruck

$$D_a = \frac{D^+b^- + D^-b^+}{b^+ + b^-} \tag{751}$$

gesetzt wird. Man bezeichnet den geschilderten Diffusionsvorgang als ambipolare Diffusion und nennt dementsprechend D_a den ambipolaren Diffusionskoeffizienten. Letzterer liegt, wie aus seinem Wesen folgt, zwischen dem Diffusionskoeffizienten der positiven Ionen und dem der freien Elektronen.

Durch Umformen können wir den Ausdruck (751) für D_a noch etwas vereinfachen. Berücksichtigt man nämlich, daß stets $b^+ \ll b^-$ ist, so erhält man

$$D_a = \frac{D^+b^- + D^-b^+}{b^-} = D^+ + D^- \frac{b^+}{b^-} \tag{752}$$

Berücksichtigt man ferner nach (744b) die Beziehungen

$$\frac{D^+}{b^+} = \frac{kT^+}{q} \quad \text{und} \quad \frac{D^-}{b^-} = \frac{kT^-}{q} ,$$

so folgt

$$\boxed{D_a = \frac{k}{q} b^+(T^+ + T^-)} \tag{753}$$

In Niederdruckentladungen (Hg-Gleichrichter, Leuchtröhren) ist die Elektronentemperatur sehr viel höher als die Ionentemperatur, so daß in erster Näherung T^+ gegen T^- überhaupt vernachlässigt werden kann. Es wird dann

$$\boxed{D_a = \frac{k}{q} b^+ T^-} \tag{754}$$

In Hochdruckentladungen (Lichtbogen in freier Atmosphäre, Höchstdrucklampen mit Hg- oder Xe-Füllung) herrscht dagegen Temperaturgleichgewicht $T^+ = T^- = T_g$. Es wird daher

$$\boxed{D_a = 2 \frac{k}{q} b^+T = 2 D^+} \tag{755}$$

d) Verteilung der Teilchendichte im Kraftfeld: Die obige Gl. (746) für die Überlagerung der Strömungsgeschwindigkeiten im Dichte- und Spannungsgefälle führt zu einer besonders interessanten Aussage für den Fall, daß Diffusionsstrom und Feldstrom gegeneinander gerichtet und gleich groß sind, so daß die resultierende Geschwindigkeit u und damit auch der Gesamtstrom Null werden. Dieses dynamische Gleichgewicht zwischen Diffusions- und Feldstrom tritt überall da ein, wo ein Stromfluß beispielsweise durch Isolierung einer Elektrode verhindert wird. In diesem Fall lädt sich die Elektrode mit dem Trägervorzeichen so weit auf, daß sie die Träger durch Diffusion nicht mehr erreichen können.

Für das genannte dynamische Gleichgewicht folgt aus (746)

$$\frac{D}{n}\frac{dn}{dx} = bE$$

oder

$$\frac{dn}{n} = \frac{bE}{D}\,dx$$

Mit Gl. (744b) wird hieraus

$$\frac{dn}{n} = \frac{qE}{\not{k}T}\,dx$$

und die Integration liefert

$$n = n_o\, e^{\frac{q}{\not{k}T}\int_o^x E dx}$$

oder, mit der Potentialdifferenz $U = -\int_o^x E dx$,

$$\boxed{n = n_o e^{-\frac{qU}{\not{k}T}}} \qquad (756)$$

Das ist wieder die Boltzmannsche Beziehung, die beispielsweise auch für den barometrischen Druckabfall in einer isothermen Atmosphäre gilt. Man schreibt dort

$$p(h) = p(0)\, e^{-\frac{mgh}{\not{k}T}},$$

woraus die Analogien $qU \longrightarrow mgh$, $n \longrightarrow p(h)$, $n_o \longrightarrow p(0)$ folgen.

Zwei Beispiele mögen nachfolgend die oben geschilderten Verhältnisse praktisch veranschaulichen.

Beispiel 1. Statische (isolierte) Sonde im Plasma. Wie bereits erwähnt, gilt im stromstarken Plasma $n^- = n^+$.
Wegen der größeren thermischen Geschwindigkeit der Elektronen werden zunächst diese zur Sondenoberfläche diffundieren und sie daher negativ aufladen. Die Sonde baut also vor sich ein elektrisches Feld auf, das dem weiteren Diffusionszustrom der Elektronen entgegenwirkt. Schließlich stellt sich ein stationärer Gleichgewichtszustand:

„Diffusionsstrom zur Sonde = Feldstrom von der Sonde fort"

ein, für den dann die Boltzmannverteilung

$$\frac{n(x)}{n_o} = e^{-\frac{qU(x)}{kT^-}},$$

wobei mit Temperaturen von $T^- = 10^4 \ldots 10^5$ °K zu rechnen ist.
Korrektur: Die positiven Ionen werden von der negativ aufgeladenen Sonde angezogen, so daß die Strombilanz in Strenge nicht

$$i^-_{Feld} = i^-_{Diff}, \text{ sondern } (i^+ + i^-)_{Feld} = i^-_{Diff}$$

lauten muß. Die Feldströme berechnen sich hierbei zu

$$i^{\pm}_{Feld} = n^{\pm} u^{\pm}_F q S \qquad (S = \text{Sondenoberfläche})$$

Da jedoch $u^-_F \gg u^+_F$ und $n^+ = n^-$ ist, kann der Ionenstrom in erster Näherung vernachlässigt werden.

Beispiel 2. Halbleiter vom Typ "n" [1] grenzend an Metallfläche.

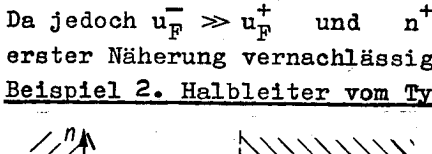

Bild 356
Potential U(x) und Elektronendichte n(x) in der Übergangsschicht Halbleiter-metall

Im Innern des Halbleiters herrscht eine Elektronendichte n_o. Am Rand wird sie dagegen von der Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Metall vorgeschrieben, und zwar sei $n_o \gg n_m$. Ohne Anschluß äußerer Spannungsquellen darf wiederum kein Strom fließen, d.h., es müssen statische Verhältnisse bestehen, und zwar muß Gleichgewicht herrschen zwischen Diffusionsstrom der Elektronen zum Metall und Feldstrom der Elektronen vom Metall weg. Den qualitativen Verlauf von -U(x) und n(x) zeigt Bild 356. In der Übergangsschicht

1) An der Stromleitung beteiligen sich nur negative Träger.

(Sperrschicht) gilt wieder die Boltzmannformel. Sie lautet mit $T^- = 300\ ^oK$

$$\frac{n(x)}{n_o} = e^{\frac{U(x)}{0{,}026}\,[V^{-1}]}$$

[75] Nichtstationäre Trägerbewegung

1. Wirkung elektrischer Wechselfelder: Während wir bisher nur die stationären Bewegungserscheinungen von Ladungsträgern in Gasen betrachteten, wollen wir jetzt den Einfluß elektrischer Wechselfelder beliebiger Frequenz auf die Trägerbewegung erörtern.

Wir beschränken uns auf harmonische Schwingungen, setzen also

$$E = E_o \sin(\omega t+\varphi)$$

Bei Berücksichtigung von Zusammenstößen der Träger mit Gasmolekeln tritt ein Dämpfungsglied auf, dessen Form natürlich von der speziellen Art der Reibung abhängt. Ist der Reibungswiderstand geschwindigkeitsproportional, eine Annahme, die im stationären Fall auf konstante Beweglichkeit führt, so lautet die Bewegungsgleichung der Träger

$$m\ddot{x} + \varrho\dot{x} = q\,E_o \sin(\omega t+\varphi) \qquad (757)$$

(Erfolgen keine Zusammenstöße der Träger mit den Gasmolekeln wie beispielsweise im Hochvakuumfall, so fällt das Dämpfungsglied $\varrho\dot{x}$ in dieser Gleichung weg.)

Die vollständige Lösung der inhomogenen Differentialgleichung (757) besteht aus der Summe zweier partikulärer Lösungen, von denen die eine den flüchtigen (Ausgleichs-)Vorgang, die andere den stationären (Dauer-)Zustand angibt. Der flüchtige Vorgang ergibt sich aus der Lösung der homogenen Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + \varrho\dot{x} = 0 \qquad (758)$$

mit dem Ansatz

$$x = A\,e^{\alpha t} \qquad (759)$$

Dieser liefert zunächst die Ableitungen

$$\dot{x} = \alpha x \quad \text{und} \quad \ddot{x} = \alpha^2 x\ ,$$

und durch Einsetzen in (758) ergibt sich die charakteristische Gleichung

$$m\alpha^2 + \varrho\alpha = 0$$

Daraus folgt für α der Ausdruck

$$\alpha = -\frac{\varrho}{m}\ , \qquad (760)$$

und wir können für die Zeitkonstante τ, mit der der flüchtige Vorgang abklingt, setzen

$$\tau = -\frac{1}{\alpha} = \frac{m}{\varrho}$$

Mit dem Ansatz

$$x = B \sin \omega t ,$$

woraus

$$\dot{x} = B \omega \cos \omega t \quad \text{und} \quad \ddot{x} = -B \omega^2 \sin \omega t \qquad (761a,b)$$

folgt, lautet die inhomogene Gleichung (757)

$$-B m \omega^2 \sin \omega t + B \varrho \omega \cos \omega t = qE_o(\sin \omega t \cos \varphi + \cos \omega t \sin \varphi)$$

Daraus ergibt sich für $\omega t = 0$

$$B \varrho \omega = q E_o \sin \varphi$$

und für $\omega t = \pi/2$

$$-B m \omega^2 = q E_o \cos \varphi$$

Beide Gleichungen quadriert geben als Summe den Ausdruck

$$B^2(\varrho^2 + m^2 \omega^2)\omega^2 = q^2 E_o^2 ,$$

woraus für die Amplitude der stationären Schwingung

$$B = \frac{q E_o}{\omega \sqrt{\varrho^2 + m^2 \omega^2}} = x_{max} \qquad (762a)$$

folgt. Für die Amplitude der Trägergeschwindigkeit ergibt sich aus (761a)

$$B\omega = \frac{q E_o}{\sqrt{\varrho^2 + m^2 \omega^2}} = u_{max} \quad (= \dot{x}_{max}) \qquad (763a)$$

Kann, wie in vielen praktischen Fällen, die Dämpfungswirkung durch Zusammenstöße der Träger mit neutralen Gasmolekeln vernachlässigt, also $\varrho = 0$ gesetzt werden (Hochvakuum!), so wird aus (762a) und (763a)

$$x_{max} = \frac{q E_o}{m \omega^2} \quad \text{und} \quad u_{max} = \frac{q E_o}{m \omega} \qquad (762b, 763b)$$

Aus (762) und (763) können bereits die für unsere Betrachtungen wichtigsten Schlußfolgerungen gezogen werden. Wir erläutern diese anhand zweier Zahlenbeispiele.

Beispiel 1: Die Amplitude des Wechselfeldes E sei $E_o = 30$ V/cm und die Frequenz $f = 3 \cdot 10^7$ Hz. Für diesen Fall ergeben sich aus (762b) und (763b) die Amplitudenwerte

$$x_{max} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}\ 3 \cdot 10^{3}\ \mathrm{V/m}}{0{,}9 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{Ws^3/m^2} \cdot 4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{14}\ \mathrm{1/s^2}} = \underline{1{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}}$$

$$u_{max} = x_{max}\,\omega = \underline{2{,}8 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m/s}}$$

Nach (623b) entspricht dem errechneten Wert für u_{max} eine Spannung von $U \approx 22$ V.
Es zeigt sich also, daß bei Frequenzen der obigen Größenordnung die Schwingungsamplituden bereits vergleichbar bzw. noch kleiner als die Elektrodenabstände werden. Die Elektronen können also zwischen den Elektroden mehrmals hin- und herpendeln, ehe sie von den Elektroden oder Gefäßwänden aufgenommen werden. Sie können auf diese Weise die Ionisierungsausbeute erhöhen sowie die Zündung der Entladung erleichtern. Wir merken uns also:

Die Zündspannung bei Gasentladungen kann durch hochfrequente Wechselfelder herabgesetzt werden.

Bei sehr hohen Frequenzen [1] wird x_{max} so klein, daß sogar die mittlere freie Weglänge erheblich unterschritten wird. Die Vernachlässigung von ϱ ist dort noch mehr berechtigt.
Beispiel 2: Dem üblichen Wert für das Zündoptimum entspricht die Wechselfeldamplitude $E_o = 150$ V/cm. Für den Fall, daß mit einer extrem hohen Frequenz von $f = 3 \cdot 10^9$ Hz gearbeitet wird, ergibt sich

$$x_{max} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As} \cdot 1{,}5 \cdot 10^{4}\ \mathrm{V/m}}{0{,}9 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{Ws^3/m^2} \cdot 4\pi^2 \cdot 9 \cdot 10^{18}\ \mathrm{1/s^2}} = 7{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} = \underline{7{,}5\,\mu\mathrm{m}}$$

$$u_{max} = x_{max}\,\omega = 7{,}5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} \cdot 2\pi \cdot 3 \cdot 10^{9}\ \mathrm{s^{-1}} = \underline{1{,}41 \cdot 10^{5}\,\mathrm{m/s}}$$

Für den errechneten u_{max}-Wert ergibt sich aus (623b) $\underline{U \approx 0{,}056\ \mathrm{V}}$. Dieser Wert für die maximale, kinetische Energie der Elektronen reicht natürlich auf keinen Fall zur Deckung der Ionisierungsarbeit aus. Diese ist größenordnungsmäßig etwa 200 mal größer als der errechnete Wert. Trotzdem tritt unter den genannten Verhältnissen eine Ionisierung und sogar Zündung ein. Der scheinbare Widerspruch löst sich in der Weise, daß während der relativ langen Schwingung doch nicht mit einem ungestörten Pendeln gerechnet werden kann. Vielmehr müssen Zusammenstöße mit Gasmolekeln

1) In der modernen Versuchstechnik verwendet man Dezimeterwellen.

angenommen werden, die die Schwingungsbewegung nach Phase und Richtung statistisch unregelmäßig verändern. Dadurch ist schließlich eine Akkumulation von Energie möglich, die, wenn auch in relativ seltenen Fällen, zur Ionisierung ausreicht.
Da gemäß (762) und (763) für die Amplituden von Bewegung und Geschwindigkeit die Trägermasse m im Nenner steht, muß man folgern, daß die positiven Ionen praktisch stillstehen und keine merkliche Energie aufzunehmen imstande sind. Ihre Kinetik braucht daher in hochfrequenten Wechselfeldern nicht betrachtet zu werden. Ihre Raumladungswirkung bleibt selbstverständlich bestehen.

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

4. Kapitel: Ladungsträger in Gasen 591

70 Einführung 591

71 Die Erzeugung von Ladungsträgern 591

1. Ionisierung durch Elektronenstoß 591
2. Ionisierung durch Ionenstoß 605
3. Ionisierung durch metastabile Atome und Stöße zweiter Art 606
4. Ionisierung durch Stoß neutraler Molekeln (Temperaturionisation) 608
5. Fotoionisation in Gasen 610
6. Trägerbildung an festen Grenzflächen 612
7. Praktische Anwendungen der Ionisation 615

72 Die Umwandlung von Ladungsträgern 618

1. Elektronenanlagerung 618
2. Die Bildung von Komplexionen 619
3. Der Austausch von Ladungen 620

73 Die Vernichtung von Ladungsträgern 621

1. Trägervernichtung im Raum 621
2. Trägervernichtung an festen Grenzflächen 624

74 Die Bewegung der Ladungsträger im Gas 625

1. Allgemeines 625
2. Gleichverteilungssatz der kinetischen Energie . 625
3. Grundsätzliches über die Streuung der Trägerbahnen im Gas 626
4. Wirkungsquerschnitt von Gasmolekeln gegenüber Ladungsträgern 626
5. Wirkungsquerschnitt von Ladungsträgern gegeneinander 630
6. Die Beweglichkeit 631
7. Elementare Theorie der Ionenbeweglichkeit 635
8. Die Beweglichkeit freier Elektronen 638
9. Grundsätzliche Zusammenhänge zwischen Trägertemperatur, Drift, Beweglichkeit und Feldstärke 639
10. Die Langevinsche Formel 640
11. Weitere, auf Trägergase anwendbare Grundbegriffe der kinetischen Gastheorie 641

75 Nichtstationäre Trägerbewegung 648

1. Wirkung elektrischer Wechselfelder 648